UNIVERSIDADE MUNICIPAL DE SÃO CAETANO DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL

Sheila Simões Bonfim

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS E A NOÇÃO DE FUNÇÃO NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: A CONSTRUÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

São Caetano do Sul – SP
2023

SHEILA SIMÕES BONFIM

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS E A NOÇÃO DE FUNÇÃO NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: A CONSTRUÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Trabalho Final de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado Profissional - da Universidade Municipal de São Caetano do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de concentração: Formação de Professores e Gestores

Orientadora: Profa. Dra. Maria de Fátima Ramos de Andrade

São Caetano do Sul - SP
2023

FICHA CATALOGRÁFICA

BONFIM, Sheila Simões.

Expressões algébricas e a noção de função nos anos finais do ensino fundamental: a construção de uma sequência didática /Sheila Simões Bonfim – São Caetano do Sul - USCS, 2023.

135f.

Orientadora: Maria de Fátima Ramos de Andrade

Dissertação (Mestrado) – USCS, Universidade Municipal de São Caetano do Sul, Programa de Mestrado em Educação, 2023.

1. Ensino da álgebra 2. Formação docente 3. Sequencia didática 4. Teoria das Situações didáticas 5. Ensino fundamental I. Título II. Universidade Municipal de São Caetano do Sul

Reitor da Universidade Municipal de São Caetano do Sul
Prof. Dr. Leandro Campi Prearo

Pró-reitora de Pós-graduação e Pesquisa
Profa. Dra. Maria do Carmo Romeiro

Gestão do Programa de Pós-graduação em Educação
Profa. Dra. Ana Sílvia Moço Aparício

Trabalho Final de Curso defendido e aprovado em 03/02/2023 pela Banca Examinadora constituída pelas professoras:

Profa. Dra. Maria de Fátima Ramos de Andrade (USCS)

Profa. Dra. Ana Silvia Moço Aparício (USCS)

Profa. Dra. Maria da Graça Nicoletti Muzukami (Mackenzie)

Dedico este trabalho à minha família:
pais, irmãos, filha e sobrinhos.

AGRADECIMENTOS

Começo agradecendo a Deus por seu amor infinito e pela minha vida.

À Universidade Municipal de São Caetano do Sul pela concessão da bolsa integral de estudos, fundamental para a realização deste trabalho.

À minha orientadora, professora Dra. Maria de Fátima Ramos de Andrade, pela paciência, dedicação e disponibilidade durante todo o processo de pesquisa.

À professora Dra. Ana Silvia Moço Aparício e a professora Dra. Nielce Meneguelo Lobo da Costa que estiveram na minha banca e trouxeram contribuições valiosas para a finalização desse trabalho.

A todos os professores do Programa de Mestrado da USCS que estiveram comigo durante o cumprimento dos créditos, contribuindo para o meu crescimento e aprendizado.

Aos colegas de turma pelas trocas de informações e parcerias. Tivemos boas risadas também, mesmo que de forma remota!

Ao Professor Ms. Marcelo de Melo, sempre disposto a ajudar, trocar informações e contribuir com novas ideias.

Aos meus pais, Manoel e Neusa, à minha filha amada, Livia e familiares por todo o apoio e compreensão das minhas ausências durante esse período.

Ao Fabiano pelo seu amor, paciência e gentileza que, por muitas vezes, me tirou de momentos de tensão.

A todos os meus alunos e, principalmente, aos que participaram desta pesquisa, a professora que sou vem dessa interação e convivência, uma construção contínua.

Obrigada!

“No momento em que você traduz a naturalidade da matemática como uma
condição de estar no mundo...
...você democratiza a possibilidade da naturalidade da matemática,
e isto é cidadania”
Paulo Freire (1997, p. 7-10).

RESUMO

A educação, ao longo das últimas décadas, passa por profundas mudanças tendo em vista as novas demandas curriculares, o uso de novas tecnologias, o perfil dos profissionais, dentre outros aspectos. Por isso, a matemática não pode estar alheia ao contexto social e cultural dos estudantes. As avaliações de larga escala têm apontado, entre muitos aspectos, dificuldades na realização de atividades que envolvam o pensamento algébrico. O presente estudo teve como objetivo geral investigar quais as contribuições da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau para o ensino da Álgebra. Estabelecemos como objetivos específicos: (1) Conhecer e descrever concepções que os estudantes têm a respeito do pensamento algébrico; (2) Identificar e analisar estratégias para o ensino de expressões algébricas e a noção de função que propiciem o desenvolvimento do pensamento algébrico; (3) Elaborar e aplicar uma sequência didática que contribua com o trabalho pedagógico dos professores, com foco nos processos de ensino e de aprendizagem das expressões algébricas e da noção de função. Para a realização do estudo, optou-se pela abordagem da pesquisa qualitativa do tipo aplicada de cunho intervencionista. Inicialmente, foi realizado um levantamento de pesquisas na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações, do Instituto Brasileiro em Ciência e Tecnologia. Na sequência buscou-se compreender como a álgebra é tratada nos documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Base Nacional Comum Curricular e o Currículo da Cidade de São Paulo. Por último, desenvolvemos e aplicamos uma sequência didática pautada na Teoria das Situações didáticas de G. Brousseau, com a concepção de sequência didática de Dolz e Schneuwly, para tratar de ensino e aprendizagem de expressões algébricas e a noção de função. Os dados gerados foram analisados tendo como referencial teórico os estudos que tratam do ensino da Matemática feitos por Márcia Aguiar, Carmen Sessa, Kátia Gil, entre outros. Constatamos, com a realização da pesquisa, que o trabalho com sequências didáticas, pautadas na Teoria das Situações Didáticas, é uma prática pedagógica que pode contribuir para o planejamento do professor e para a aprendizagem dos alunos. Com os resultados, temos como proposta de produto a escrita de um material de apoio, no formato de e-book, para apresentar os objetos de ensino expressões algébricas e a noção de função nos anos finais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: ensino da álgebra; formação docente; sequência didática; teoria das situações didática; ensino fundamental.

ABSTRACT

Education, over the last few decades, has undergone profound changes in view of new curricular demands, the use of new technologies, the profile of professionals, among other aspects. Therefore, mathematics cannot be alien to the social and cultural context of students. Large-scale assessments have pointed out, among many aspects, difficulties in carrying out activities involving algebraic thinking. The present study aimed to investigate the contributions of Guy Brousseau's Theory of Didactic Situations to the teaching of Algebra. We established the following specific objectives: (1) Knowing and describing conceptions that students have about algebraic thinking; (2) Identify and analyze strategies for teaching algebraic expressions and the notion of function that promote the development of algebraic thinking; (3) Elaborate and apply a didactic sequence that contributes to the pedagogical work of teachers, focusing on the teaching and learning processes of algebraic expressions and the notion of function. To carry out the study, we opted for the approach of qualitative research of the applied type of interventionist nature. Initially, a survey of research was carried out in the Digital Library of Theses and Dissertations, of the Brazilian Institute of Science and Technology. Next, we sought to understand how algebra is treated in official documents, such as the National Curriculum Parameters, the National Curricular Common Base and the Curriculum of the City of São Paulo. Finally, we developed and applied a didactic sequence based on the Theory of Didactic Situations by G. Brousseau, with the conception of didactic sequence by Dolz and Schneuwly, to deal with teaching and learning of algebraic expressions and the notion of function. The generated data were analyzed having as a theoretical reference the studies that deal with the teaching of Mathematics carried out by Márcia Aguiar, Carmen Sessa, Kátia Gil, among others. We verified, with the accomplishment of the research, that the work with didactic sequences, based on the Theory of Didactic Situations is a pedagogical practice that can contribute to the teacher's planning and to the students' learning. With the results, we have as a product proposal the writing of a support material, in e-book format, to present the teaching objects algebraic expressions and the notion of function in the final years of Elementary School.

Keywords: algebra teaching; teacher training; following teaching; theory of didactic situations; elementary School.

Lista de Figuras

Figura 1	Blocos do Conteúdo de Matemática do Ensino Fundamental-PCN	28
Figura 2	Tabuleiro – Jogo corrida de obstáculo	31
Figura 3	Teoria da Aprendizagem por descoberta de Bruner	36
Figura 4	Método Pictórico – exemplo de modelo de barras	37
Figura 5	Miniaturas *Hot Wheels*	44
Figura 6	Dimensões da miniatura do carrinho *Hot Wheels*	46
Figura 7	Descrição dos alunos do 8º A da escola P.M.P.	71
Figura 8	Junção da TSD e SD	75
Figura 9	Produção inicial de cada grupo	86
Figura 10	Respostas dos alunos para a atividade do módulo 1	90
Figura 11	Comparativo entre o tamanho do corte e o volume que resultou	92
Figura 12	Gráfico cartesiano do volume da caixa	95
Figura 13	Resposta dada pela aluna (Grupo 5)	98
Figura 14	Construção da caixa da aluna (Grupo 4)	100
Figura 15	Montagem da caixa da aluna (Grupo 3)	101
Figura 16	Produção final dos alunos	102
Figura 17	Utilização das caixas para organizar a sala de aula	103
Figura 18	Comparação entre a caixa inicial e a final	103

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Pesquisas correlatas 14

Quadro 2 – Uso de variável segundo Usiskin...21

Quadro 3 – Tarefas Algébricas aplicadas no cotidiano do aluno.... 24

Quadro 4 – Estrutura do trabalho docente. 29

Quadro 5 – Princípios dos eixos de Resolução de Problemas................................. 29

Quadro 6 - Comparativo entre o PCN e a BNCC.. 35

Quadro 7 - Objetivos de aprendizagem e desenvolvimento no Currículo da Cidade – Matemática 41

Quadro 8 – Comparação entre conceitos estabelecidos pelos PCN, BNCC e o Currículo da Cidade de São Paulo..50

Quadro 9 – Modelo de Sequência Didática Interativa 54

Quadro 10 - Descrição de cada momento e etapa da elaboração de uma SDI.........55

Quadro 11 - Características dos momentos de intervenção pedagógica com jogos no ambiente da sala de aula 57

Quadro 12 – Fases de uma situação didática concebida à luz da TSD......................62

Quadro 13 – Etapas da SD 78

Quadro 14 – Síntese do problema proposto 82

Lista de Abreviaturas e Siglas

BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CHD	Círculo Hermenêutico Dialético
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
EaD	Educação a Distância
IBICT	Instituto Brasileiro em Ciência e Tecnologia
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MEC	Ministério da Educação
ODS	Objetivos de Desenvolvimento Sustentável
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	*Programme for International Student Assessment*
PNE	Plano Nacional de Educação
REDEFOR	Programa Rede São Paulo de Formação Docente
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SD	Situação Didática
SDI	Situação Didática Interativa
SEE	Secretaria Estadual de Educação
SME	Secretaria Municipal de Educação
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
USCS	Universidade Municipal de São Caetano do Sul

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 11

2 A ÁLGEBRA: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO 18

2.1 A história da álgebra: reflexões sobre o ensino e aprendizagem 19

2.2 Álgebra e os documentos oficiais: nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, na BNCC no Currículo do Estado de São Paulo e no Currículo da Cidade de São Paulo 26

2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais 26

2.2.2 Base Nacional Comum Curricular 32

2.2.3 Currículo do Estado de São Paulo 37

2.2.4 Currículo da Cidade de São Paulo 39

2.2.4.1 Diversidade de Estratégias 40

3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS 52

3.1 Concepções de uma SD 52

3.2 Guy Brousseau e a Teoria das Sequências Didáticas 59

4 PERCURSO METODOLÓGICO 64

4.1 A escolha do método 64

4.2 O contexto da pesquisa: a escola e os participantes 688

4.2.1 Caracterização da escola 69

4.2.2 Caracterização dos alunos partícipes da pesquisa 70

4.2.3 Caracterização da professora 71

4.3 Geração De Dados e Seus Instrumentos 722

4.4 Desenvolvimento da Situação Didática 744

4.5 O desenvolvimento da Sequência Didática 744

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 77

5.1 A Sequência Didática 77

5.2 A apresentação da situação: a situação adidática 78

5.2.1 Apresentação da situação problema..79
5.3 Produção Inicial..82
5.4 Módulos da SD...89
5.4.1 Análise dos resultados da atividade do módulo 1................................89
5.4.2 Análise dos resultados da atividade do módulo 2................................92
5.4.3 Análise dos resultados da atividade do módulo 3................................96
5.5 Produção Final..99
6 O PRODUTO...105
CONSIDERAÇÕES FINAIS...109
REFERÊNCIAS...117

APRESENTAÇÃO

O desejo de ser professora de matemática começou na época de estudante, na quinta série do ensino fundamental (hoje sexto ano), quando conheci uma educadora de nome Araci. Profissional atenciosa, dedicada aos alunos e que despertou minha atenção para a matemática mesmo com todas as dificuldades da transição do fundamental I para o fundamental II, em que passamos de um para vários professores, as atividades já não apresentavam mais desenhos para pintar, não eram lúdicas, não íamos mais brincar no parquinho. Nessa época, para mim, os números viraram ‘quadradinhos’ e logo se transformaram em letras! Via meus colegas com muitas dificuldades e gostava de aprender para ensiná-los e sempre que fazia isso a professora abria um sorriso maravilhoso para mim.

Em casa, continuava com ‘minhas aulas’, onde meu aluno era meu irmão mais novo, que quando foi para o pré-primário já sabia ler, escrever e realizar algumas operações matemáticas. Após me dedicar a família e filha, pude realizar o desejo de ser professora e voltei a estudar. Ingressei em 2008 no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo, em São Bernardo do Campo. No penúltimo ano prestei o Exame Nacional do Ensino Médio e consegui uma bolsa parcial até o término do curso em 2010.

Em 2011, comecei a trabalhar como professora contratada, em uma escola estadual. Nesse mesmo ano prestei concurso para a Secretaria de Educação Municipal de São Paulo e fui chamada em 2012, onde estou até o momento atuando como Professora dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio.

Ainda em 2011, ingressei no curso de Especialização em Matemática, pelo Programa rede de formação - REDEFOR da Secretaria de Educação de São Paulo, oferecido aos professores em exercício e realizado pela Universidade Estadual de Campinas, com término em 2013, com a produção do meu Trabalho de Conclusão de Curso -TCC, cujo título foi *Resolução de Problemas no Ensino da Matemática: O problema da maximização de uma caixa*. Esse trabalho teve a intenção de mostrar a resolução de problemas como metodologia para o ensino e aprendizagem da matemática.

No ano de 2014, fui aprovada em concurso para Professora do Ensino Fundamental e Médio na Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Pedi exoneração desse cargo em 2020 para assumir o cargo de Professor de Matemática na Universidade Municipal de São Caetano.

Em decorrência da necessidade de conhecer mais sobre as dificuldades que os alunos apresentavam em minhas aulas nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Médio, ingressei em fevereiro de 2013 no curso de Licenciatura Plena em Pedagogia da Universidade Nove de Julho, em São Paulo. Conclui o curso em 2014, com a conclusão de um artigo científico, cujo título foi *Resolução de Problemas no Ensino da Matemática*.

Sempre desejei me capacitar mais, mas, com dois empregos, ambos com carga horária extensa, ficava inviável. Agora, com a aprovação e entrada na Universidade de São Caetano do Sul - USCS e uma carga horária menor, tenho mais tempo para me dedicar ao Mestrado.

Nos momentos de encontros e conversas com meus colegas professores percebo que muitos reclamam por não receberem formação continuada para melhorar sua prática, ou que não têm tempo para se atualizarem, mas todos concordam que é de extrema importância o aprimoramento de suas habilidades e a expansão de seus conhecimentos.

Em minha prática profissional, tenho verificado que, os alunos, ao se depararem com exercícios relacionados com a linguagem algébrica, apresentam dificuldades de compreensão, parecem ficar assustados, paralisados diante do assunto. Essa dificuldade está na capacidade de abstrair, de perceber padrões, de generalizar, de forma a contribuir para a construção do pensamento algébrico. Nesse sentido procuro me aprofundar mais sobre o assunto, buscando estratégias de ensino que possam sanar a dificuldade dos meus alunos em relação a álgebra.

1 INTRODUÇÃO

A educação, ao longo das últimas décadas, passa por profundas mudanças tendo em vista as novas demandas curriculares, o uso de novas tecnologias, as novas profissões exigidas pelo mercado, o perfil dos profissionais, dentre outros aspectos. Assim, urge a necessidade de estudos direcionados a cada público com objetivo de maximizar o rendimento em sala de aula e a melhoria dos índices acadêmicos.

De acordo com Moraes (1997), as transformações provocadas pela revolução tecnológica no mundo do trabalho exigem uma atualização permanente em determinadas funções, o que dificilmente será alcançada por meios convencionais. Percebe-se isso nos mais diferentes setores e áreas de nossa sociedade, com o surgimento de novas profissões, a extinção de outras, além de muitas empresas que deixaram de produzir determinados produtos, pois ficaram obsoletos.

A matemática não deveria estar alheia ao contexto social e cultural do indivíduo. Estudar matemática com base em situações reais é muito mais enriquecedor, pois estimula o estudante a refletir sobre o seu conhecimento prévio ao mesmo tempo que o conduz a agir com autonomia. Logo, as situações-problema contextualizadas desmistificam a ideia de que a matemática possui conteúdos incompreensíveis e possibilita aos alunos enxergarem a importância da matemática para melhor ação e compreensão do mundo, justificando, assim, o seu estudo.

O interesse em pesquisar sobre o ensino da álgebra se deu na minha prática do trabalho docente e em conversas com os colegas professores da mesma área. Pesquisando sobre o assunto verificou-se que há, de fato, dificuldade de aprendizagem por parte dos alunos e isso se apresenta nos resultados das avaliações externas. Como referem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): “Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à álgebra raramente atingem 40% de acerto em muitas regiões do país” (BRASIL, 1998, p. 115).

Segundo o relatório do INEP (2020), responsável pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), o Brasil apresenta baixa proficiência em matemática se comparado com outros 78 países que participaram da avaliação na edição de 2018, ocupando a 69ª posição.

Tratando-se do Brasil, os indicadores ligados ao ensino de matemática são insatisfatórios com índices escolares inferiores aos de países desenvolvidos, além das distorções regionais existentes em todo o território nacional as quais cabem aos docentes criarem meios de minimizar essa lacuna entre o currículo e as novas demandas existentes em nossa sociedade.

Alguns estudos apontam que as dificuldades podem estar relacionadas ao modo como as noções sobre o assunto são abordadas, ou ainda, como as sequências didáticas oferecidas aos alunos estão contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Esse é um dos grandes dilemas do ensino da matemática na busca não só do processo mecânico e teórico, mas em consoante a uma análise crítica por parte dos indivíduos. Assim, é possível destacar o pensamento de Skovsmose (1999, p. 47):

> as matemáticas produzem novas invenções na realidade, não somente em um sentido que novas percepções modificam as interpretações, mas também no sentido que as matemáticas colonizam parte da realidade e a reorganizam […] A tese é que as matemáticas dão forma a nossa sociedade.

Machado, expressa de forma clara as distorções que ocorrem no ensino da álgebra e os desafios:

> Pensamos que a Matemática tem sido ensinada em quase todos os níveis com uma ênfase que consideramos exagerada na linguagem matemática. A preocupação central parece ser escrever corretamente, falar corretamente, em detrimento essencial do papel que a Matemática pode desempenhar quanto ao favorecimento de um pensamento, e um tempo, ordenado e criativo.
> Evidentemente, não se trata de contrapor o pensamento à linguagem; não se pode pretender considerá-los desvinculadamente, ou identificá-los, tratando-os um por vez, uma vez que é só na relação entre ambos que se pode aprendê-los. No entanto, em Matemática, com uma frequência muito grande, o pensamento situa-se a reboque da linguagem matemática. Numa parte considerável dos textos, mesmo nos didáticos, o caminho escolhido para a obtenção dos resultados é o mais curto, o mais cômodo ou o esteticamente mais agradável, sempre de um ponto de vista linguístico (MACHADO, 1991, p.97-8).

Seria primordial que não houvesse rupturas no processo de ensino e aprendizagem de forma que esse deve ser pensado em função do desenvolvimento da análise crítica e do raciocínio lógico, devendo estar associado a práticas do dia a dia. Um aspecto claro dessa nova dinâmica são as diferentes áreas as quais a matemática alcança atualmente, a exemplo das tecnologias, computação, comunicação e muitos outros campos.

Ainda que o foco deste estudo não se atenha ao âmbito tecnológico, pontuo, a título de informação aos leitores, que a álgebra se configura como uma linguagem universal e, o pensamento algébrico, auxilia no desenvolvimento de tecnologias digitais. Das 10 competências gerais apresentadas pela BNCC, duas trazem a tecnologia como habilidade para o aprendizado, sendo elas:

> **Competência 4:** Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
> **Competência 5**: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BNCC, 2018, p. 9).

Porém, há uma distância expressiva entre a teoria e a prática em sala de aula. Apesar das orientações para com os docentes, dadas pelos documentos oficiais, é possível referir que existe um fosso imenso em decorrência dos déficits nos primeiros anos escolares, o que limita o pensamento crítico por parte dos alunos. A capacidade dos estudantes de resolver situações as quais possam estabelecer relações com a álgebra é um dos pilares para a desconexão da resolução de problemas de forma mecânica.

Muitas vezes a matemática é considerada uma disciplina difícil pelos estudantes, sobretudo quando o conteúdo é álgebra. Perguntas como “Se é matemática porque colocar letras junto com os números?” surgem a todo o momento nas aulas, pois não veem sentido em aplicações do dia a dia.

Mediante a todos os problemas elencados até o presente momento e buscando intervenções em minha prática docente, para promover uma aprendizagem significativa aos alunos, para diminuir a dificuldade entre o ensinar e o aprender, para melhorar o desempenho dos estudantes nas avaliações externas, as quais mostram porcentagens muito baixas de proficiência em matemática, temos a justificativa para a necessidade de se pesquisar mais acerca do assunto e buscar novas estratégias para o ensino da álgebra.

Diante do exposto, temos como problema de pesquisa investigar: Quais as contribuições da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau para o ensino da Álgebra?

Sendo assim, estabeleceu-se como objetivo geral identificar contribuições da Teoria das Situações Didáticas proposta por Guy Brousseau na construção da sequência didática para o ensino e aprendizagem da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental.

Apresenta-se como objetivos específicos:

- conhecer e descrever concepções que os estudantes têm a respeito do pensamento algébrico;
- identificar e analisar estratégias para o ensino de expressões algébricas e a noção de função que propiciem o desenvolvimento do pensamento algébrico;
- elaborar e aplicar uma sequência didática que contribua com o trabalho pedagógico dos professores, com foco nos processos de ensino e de aprendizagem das expressões algébricas e da noção de função.

Na tentativa de conhecer um pouco mais acerca da temática proposta, iniciou-se um levantamento de pesquisas na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) do Instituto Brasileiro em Ciência e Tecnologia (IBICT), utilizando os seguintes descritores: álgebra, sequência didática e ensino fundamental.

Com o levantamento feito, identificou-se 54 trabalhos que tratam da temática deste estudo. Na sequência, a busca foi refinada, delimitando um período de 2015 a 2021, buscando pesquisas mais atuais. Com isso, encontrou-se 23 trabalhos. O Quadro 1 apresenta o que foi identificado.

Quadro 01 – Pesquisas correlatas

ANO	UNIVERSIDADE	MODALIDADE	PESQUISADOR	TÍTULO DO TRABALHO
2017	Universidade Federal de São Carlos	Dissertação	Kucinskas, Ricardo	Introdução ao estudo da álgebra para alunos do ensino fundamental
2016	Universidade Estadual Paulista	Dissertação	Silva, Cristiane Barcella	Introdução a álgebra no ensino fundamental: o “x” da questão
2016	Universidade Estadual da Paraíba	Dissertação	Silva Junior, Luciano Moreira da	O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com o uso de padrões matemáticos: Uma compreensão à luz da Teoria das Situações Didáticas.
2017	Universidade Federal de Santa Catarina	Tese	Tibulo, Vaneza de Carli	Sequência de atividades didáticas para o ensino de geometria e desenho geométrico em um ambiente de geometria dinâmica e álgebra

2018	Universidade Federal de Santa Maria	Dissertação	Oliveira, Oneide	Dominós como recurso didático para o ensino de matemática
2016	Universidade de São Paulo	Dissertação	Viestel, Renan Sanchez	Atividades lúdicas e atividades algébricas: uma introdução ao uso de letras nas aulas de matemática
2020	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Dissertação	Meinerz, Franciele Marciane	Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio do uso do material álgebra tiles
2019	Universidade Tecnológica Federal do Paraná Londrina	Dissertação	Coutinho, Dayane Moara	Divisão e multiplicação de polinômios com o auxílio de materiais manipuláveis e tecnologias sob o olhar da representação semiótica
2015	Universidade do Grande Rio	Dissertação	Esteves, Clevson Vidal	A virtude como estratégia de ensino: uma abordagem hipertextual no contexto algébrico
2020	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Dissertação	Favero, Débora Cristina Borba Pereira	As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico
2019	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Dissertação	Teixeira Sobrinho, Andressa Sanches	Uma análise sobre conceitos algébricos em produções acadêmicas: questões para formação de professores e para pesquisa
2015	Universidade Federal de Sergipe	Dissertação	Gomes, Ataniel Rogério Gonçalves	Uma abordagem do ensino de congruência na educação básica
2017	Universidade Federal de Santa Maria	Dissertação	Arcego, Priscila	Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no ensino fundamental
2016	Universidade Federal Rural de Pernambuco	Dissertação	Santos, Diógenes Silva dos	Métodos para determinação de raízes de equações polinomiais: uma abordagem voltada para o ensino médio
2017	Universidade Federal de São Carlos	Tese	Pires, Flávio de Souza	Metanálise de pesquisas brasileiras que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico na escola básica (1994-2014)
2015	Universidade Federal de São Carlos	Dissertação	Mantovani, Haroldo	Atividades sobre progressões aritméticas através do reconhecimento de padrões
2016	Universidade Federal de São Carlos	Dissertação	Cardoso, Carlos Eduardo	Uma proposta para o ensino de geometria analítica através da resolução de problemas e do uso do geogebra
2017	Universidade Estadual de Londrina	Tese	Henrique, Rizek Elias	Fundamentos teórico-metodológicos para o ensino do corpo dos números racionais na formação de professores de matemática
2017	Universidade Federal de Santa Catarina	Tese	Pasa, Bárbara Cristina	A noção de infinitésimo no esboço de curvas no ensino médio: por uma abordagem de interpretação global de propriedades figurais
2017	Universidade Federal de Santa	Dissertação	Berlanda, Juliane Carla	Mobilizações de registros de representação semiótica no estudo

	Maria			de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do software geogebra
2020	Universidade Estadual do Oeste do Paraná	Dissertação	Calado, Tamires Vieira	Invariantes operatórios relacionados a generalização: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função a fim
2017	Universidade Federal do Ceará	Dissertação	Bezerra, Antônio Marcelo Araújo	A formação matemática do pedagogo: a relação entre o raciocínio matemático e as estratégias na solução de problemas matemáticos
2017	Universidade Estadual da Paraíba	Dissertação	Santos, Leonardo Silva	Uma abordagem histórica e metodológica dos métodos de resolução de equação do 2º grau desenvolvidos por Al-Khwarizmi

Fonte: A própria pesquisadora, 2021

Após a leitura dos resumos, identificou-se cinco pesquisas com temáticas próximas ao que intencionávamos investigar. Na sequência, apresentam-se as cinco pesquisas selecionadas para o presente estudo.

1) A pesquisa de Silva Júnior (2016), *O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com o uso de padrões matemáticos: Uma compreensão à luz da Teoria das Situações Didáticas*, teve o foco no trabalho com padrões voltados ao estudo de relações funcionais com alunos do 9º ano. A pesquisa teve como objetivo investigar possibilidades para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio do uso de padrões a partir da Teoria das Situações Didáticas na Matemática Escolar e concluiu que as atividades trouxeram contribuições efetivas para construção de conhecimentos.

2) Para a realização da pesquisa, intitulada *Introdução à álgebra no ensino fundamental: o "x" da questão*, Silva (2016) fez um levantamento dos principais referenciais teóricos, buscando entender as dificuldades encontradas no ensino da Álgebra. Aprofundou as diferentes concepções da Álgebra apoiado nos estudos de Usiskin (1995) e nos PCNs (1998). Segundo o pesquisador, um dos principais problemas no ensino da Álgebra está em tornar a linguagem algébrica significativa para o aluno, levando-o a explorar as possibilidades e os benefícios da sua introdução através da exploração de padrões e regularidades.

3) A dissertação de mestrado intitulada *Introdução ao estudo da álgebra para alunos do ensino fundamental* de Kucinskas (2017) se propôs a analisar, por meio de uma sequência didática composta por três fases (pensamento algébrico, expressões

algébricas e equações do 1º grau), situações-problemas que exploravam a variação de grandezas e a generalização de padrões com alunos do 7º ano do ensino fundamental. Os resultados indicaram que os alunos tinham, inicialmente, somente noções conceituais intuitivas e apresentavam dificuldade para lidar com cálculos algébricos.

4) A tese de Pires (2017) *Metanálise de pesquisas brasileiras que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico na escola básica (1994-2014)* teve como objetivo identificar, descrever e analisar quais elementos teóricos e metodológicos têm sido considerados em dissertações brasileiras em Educação Matemática, no período de 1994 a 2014, quais relações possuem com o desenvolvimento do pensamento algébrico, suas principais contribuições e desafios para o ensino da álgebra em aulas de matemática da educação básica, mais especificamente o ensino fundamental e médio. Realizando uma metanálise com 20 dissertações, identificou uma concepção de matemática pronta e acabada, a ciência dos padrões e das regularidades, que possui um pensamento abstrato, uma linguagem formal e simbólica e que as atividades e sequência didáticas elaboradas pelos professores/pesquisadores priorizam em certa parte a álgebra formal e simbólica no processo de ensinar álgebra.

5) A dissertação de Santos (2017), *Uma abordagem histórica e metodológica dos métodos de resolução de equação do 2º grau desenvolvidos por Al-Khwarizmi*, propôs a elaboração e aplicação de uma alternativa didática metodológica que buscou dar significado ao processo de ensino e aprendizagem dos métodos de resolução de equações do 2º grau para alunos do 9º ano do ensino fundamental. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram: questionário, sequência de atividades à luz da História da Matemática, observação, diário de bordo, avaliação final e entrevista. A análise dos resultados confirmou que uma metodologia baseada no desenvolvimento de atividades de ensino apoiada no construtivismo e mediada pela História da Matemática proporciona aprendizado significativo para o aluno, pois a maioria dos alunos realizou e obteve bons resultados nas atividades aplicadas. A revisão de literatura feita por Santos (2017) proporcionou o entendimento de que tanto os alunos quanto os professores sentem dificuldades no ensino da álgebra e que é necessário trabalhar a linguagem algébrica já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como trata a BNCC.

Nas cinco pesquisas estudadas, notou-se a preocupação em melhorar os índices dos resultados do ensino de matemática e, para isso, trabalhar com situações que despertem o interesse dos estudantes poderiam tornar a aprendizagem mais significativa.

Este estudo propôs atividades com base no construtivismo, perpassando pela teoria de Brousseau (2008) e buscando verificar se alunos do 8º ano do ensino fundamental podem aprender e apreender conceitos de escrita algébrica e a noção de funções. As pesquisas analisadas contribuíram para elaborar a metodologia e a sequência didática que será utilizada como forma de intervenção pedagógica. Sendo assim, a presente pesquisa além de ter os documentos oficiais (PCNs, BNCC e Currículo da Cidade de São Paulo) como referenciais também se apoiará nos estudos que tratam do ensino da Matemática feitos por Márcia Aguiar (2014), Carmen Sessa (2004), Kátia Gil (2008) e nas pesquisas que investigam a importância da sequência didática pautada na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (2008) que têm como característica abordar a resolução de problemas a partir da interação entre aluno, professor e meio. O trabalho propiciará unir situações do cotidiano com a teoria aplicada em sala de aula.

As seções do trabalho são compostas por 3 (três) partes, a saber:

A primeira parte diz respeito à apresentação dos principais aspectos históricos da álgebra e apresenta uma abordagem das orientações didáticas para o ensino da álgebra de acordo com os PCNs, BNCC e o Currículo da Cidade.

A segunda parte não se ocupa só dos aspectos conceituais das situações didáticas, mas também apresenta a relevância do francês Guy Brousseau como educador que apresentou a importância desse conjunto de atividades e ações para o trabalho.

A terceira e última parte é consagrada à descrição metodológica de uma sequência didática desenvolvida com grupos de alunos no ensino fundamental.

Dando sequência a essas três partes, apresenta-se o referencial teórico previsto para o presente estudo.

Na seção a seguir, falaremos de alguns aspectos da álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico.

2 A ÁLGEBRA: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Nesta seção, inicialmente, apresenta-se a história da álgebra, tanto na fase antiga quanto na fase moderna. Na sequência, os itens apresentam uma abordagem das orientações didáticas para o ensino e aprendizagem da álgebra a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais, da Base Nacional Comum Curricular e do Currículo da Cidade de São Paulo – Matemática, por último apresenta a importância das estratégias didáticas para o ensino e aprendizagem da álgebra.

2.1 A história da álgebra: reflexões sobre o ensino e aprendizagem

A álgebra se constitui no ramo da matemática que estuda a manipulação, forma de equações, operações matemáticas, polinômios e estruturas algébricas. A álgebra é um dos principais ramos da matemática pura, juntamente com a geometria, topologia, análise e teoria dos números (BENATTI, 2012).

Al-Khwarizmi, matemático, astrônomo e geógrafo persa é considerado o pai da álgebra, pois foi o primeiro a escrever sobre a álgebra. Em seu livro, *Al-Jabr wa'l-Muqabalah*, Al-Khwarizmi não somente deu o nome de Álgebra a essa ciência, em seu significado moderno, como abriu uma nova era da matemática. Depois dele, muitos outros seguiram seus passos, fazendo com que a álgebra se desenvolvesse (NOBILIONI; KRIKORIAN ; GRESPAN, s/d).

O desenvolvimento da álgebra se deu em duas fases: a fase antiga e a fase moderna. A fase antiga, considerada elementar, abrange o período de 1700 a.C. a 1700 d.C., e caracterizou-se pela invenção gradual do simbolismo e pela resolução de equações (em geral coeficientes numéricos) por vários métodos, apresentando progressos pouco importantes até a resolução geral das equações cúbicas e quárticas e o inspirado tratamento das equações polinomiais, em geral, feito por François Viète (1540-1603) (BAUMGART, 1992).

A contribuição matemática mais expressiva de Viète é a notação literal, a ideia de representar números, conhecidos ou não, por meio de letras. Dele é o grande mérito de unificar problemas que antes pareciam distintos. A notação de Viète, $ax^2 + bx + c = 0$ representa todas as equações de grau 2. Até então eram considerados vários casos, dependendo dos sinais dos coeficientes a, b, e c, e a resolução era diferente em cada situação (VIANA, 2021).

O que a história da álgebra nos mostra é que o objeto de estudo se baseava essencialmente em equações algébricas, pesquisas abstratas e sedimentação teórica, aplicando fórmulas e métodos geométricos, variáveis e incógnitas, enfim, seu desenvolvimento se deu pela necessidade de resolver problemas.

De acordo com Endler (2012), a álgebra moderna está ligada à famosa teoria de Galois, pela qual o problema da resolução de equações algébricas de qualquer grau por radicais foi completamente solucionado e reconhecido. A partir dessa teoria, os algebristas começaram a estender o campo de suas pesquisas a partir de dois aspectos:

1. incentivou o estudo dos grupos de permutações, o qual deu lugar ao estudo dos grupos abstratos;
2. impulsionou a Teoria dos Números e a Teoria dos Corpos, cujos elementos eram números, funções de variáveis complexas, séries de números etc.

No trabalho de Steinitz (1871-1928), a axiomatização da teoria dos corpos foi fundamental para a conceituação atual da álgebra. O primeiro livro expositório da álgebra moderna foi publicado por Van Dek Waerdek (1903), em 1930.

Em relação ao ensino da álgebra, é inegável que há problemas e eles não podem ser ignorados, tarefa que requer entender os seus vários modos de representação e a compreensão de como a álgebra está presente na atividade humana, desde situações cotidianas até as mais complexas elaborações de outras ciências.

Mesmo cientes de que a álgebra é uma poderosa ferramenta para resolver problemas e ao mesmo tempo propiciar ao aluno o desenvolvimento de sua capacidade de abstração e generalização, ainda enfrentamos muitas dificuldades para ensiná-la. Segundo os PCN (1997) do ensino da matemática, alguns professores, ao ensinarem álgebra, se baseiam apenas na repetição mecânica de exercícios, muitas vezes ineficientes, que provocam graves prejuízos no trabalho com outros temas da matemática, considerados fundamentais. Além disso, também foi observado que alguns conceitos algébricos são antecipados, ou seja, deslocam para o ensino fundamental conceitos que tradicionalmente eram tratados no ensino médio como, por exemplo, uma abordagem excessivamente formal de funções, o que não é adequada a esse grau de ensino.

De acordo com as determinações dos PCN (Brasil, 1997), não é proveitoso desenvolver o estudo da álgebra apenas enfatizando as “manipulações” com expressões e equações de uma forma meramente mecânica, são comuns frases como “passa para o segundo membro e troca o sinal”, ou, “calcula o delta”, e falas assim devem ser evitadas. Não se concebe o estudo do cálculo algébrico e das equações descolado dos problemas. Decerto esses aspectos são necessários, não sendo absolutamente suficientes para a aprendizagem desses conteúdos.

Usiskin (1994, p. 259) reporta que as funções da álgebra são estabelecidas, ou se encontram correlacionadas, a diferentes concepções sobre a álgebra e que equivalem “à diferente importância dada aos diversos usos das variáveis”. Esse estudioso identificou quatro concepções acerca da álgebra segundo o uso ou papel das variáveis: álgebra como aritmética generalizada, álgebra como um estudo de procedimentos para a resolução de certos tipos de problemas, álgebra como estudo de relações entre grandezas e álgebra como estudo das estruturas. Essas quatro concepções estão resumidas no quadro abaixo:

Quadro 2 - Uso de variável segundo Usiskin

CONCEPÇÃO DA ÁLGEBRA	**USO DAS VARIÁVEIS**
Aritmética generalizada	As variáveis são usadas como generalizadoras de modelos aritméticos, as atividades centrais para a aprendizagem são traduzir e generalizar. Exemplo: 5.3=3.5, generaliza-se a.b=b.a
Meio de resolver certos problemas	As variáveis são incógnitas ou constantes e, nesse caso, as atividades centrais são simplificar e resolver. Exemplo: O dobro de um número adicionado de 4, resulta em 18. Qual é esse número?
Estudo das relações entre grandezas	As variáveis “variam”, ou seja, podem assumir qualquer valor do conjunto universo. Podem ser um argumento (representa os valores do domínio da função) ou um parâmetro (um número do qual dependem outros números). A álgebra ocupa-se de modelos e leis funcionais que descrevem a relação entre duas ou mais grandezas variáveis. Exemplo: A= b.h, fórmula que fornece a área de um retângulo.

Estudo das estruturas	A variável aqui não coincide com nenhuma das concepções anteriores, uma vez que é pouco mais que um símbolo arbitrário (aleatório, casual) de uma estrutura estabelecida por certas propriedades. Exemplo: Fatorar $3x^2+ 4ax- 132a^2$, obtendo como resposta $(3x+22a)\ (x-6a)$.

Fonte: adaptado de Usiskin (1995, p.13)

Neste estudo, em decorrência da temática proposta, trabalha-se com a concepção de álgebra como estudo das relações entre grandezas, descrita por Usiskin (1994), ao propor que os alunos, utilizando uma folha de sulfite A4, construam uma caixa com o maior volume possível, assim, perceberam que para cada recorte na folha (que chamaram de x), obtiveram um volume diferente; fazendo a relação entre os valores de x e o volume que ele fornece. Posteriormente, na seção 5 desta pesquisa, a proposta de trabalho é descrita detalhadamente.

Para Usiskin (1995, p. 16) somente “no contexto dessa concepção existem as noções de variável dependente e independente”. Ainda de acordo com o autor, “as funções surgem quase que prontamente, pelo fato de que precisamos de um nome para os valores que dependem do argumento ou parâmetro”.

No âmbito das quatro concepções descritas anteriormente, Usiskin (1995) institui a álgebra como um lócus no qual a totalidade de visões se aglutinam. Para o autor:

> já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de certos problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas. [...] a área-chave de estudo da matemática da escola secundária (USISKIN, 1995, p.21).

Vailati e Pacheco (2011), em seus estudos, observaram alunos capazes de operar com símbolos matemáticos, contudo incapazes de fazer generalizações, de compreenderem técnicas algébricas aliadas à incompreensão dos conceitos algébricos. Segundo os autores, quando o aluno não tem familiaridade com a linguagem algébrica, ele não consegue desenvolver a habilidade para fazer generalizações e consequentemente terá um desempenho ruim em atividades matemáticas que exigem abstração.

No trato com as equações, o aluno precisa ir além da compreensão de que as letras são apenas para representar números desconhecidos e que basta isolar incógnitas. Ele precisa perceber que não há uma solução, mas um conjunto de soluções e, para isso, o trabalho realizado pelo professor deve ser diferenciado.

De acordo com Sessa (2009), na abordagem escolar, quando se apresenta para os alunos problemas cuja solução ocorrerá por meio de equações, eles têm dificuldades na interpretação dos enunciados e buscam estratégicas aritméticas, porque não conseguem passar o enunciado da linguagem natural para a linguagem algébrica por meio de uma equação.

Por que isso? Será devido à proposta metodológica, à interpretação, à linguagem, aos símbolos? Álgebra é difícil? A que estaria o aluno se referindo? A qual dificuldade? Seria por não compreender os processos algébricos? Por que os cálculos são complicados e não sabe como prosseguir? Álgebra é difícil ou faltam conhecimentos matemáticos básicos para aprender conceitos mais complexos? Álgebra é difícil ou falta embasamento matemático das quatro operações?

São questionamentos que sugerem bloqueios de aprendizagem e muitos desistem. São muitas interrogações quanto às dificuldades de aprendizagem da álgebra e não existe uma causa única que possa ser atribuída, mas, se analisadas particularmente, são diversas questões articuladas ou combinadas.

Segundo os PCNs (Brasil, 1997), as dificuldades com relação à compreensão das quatro operações são vistas como um impasse, porque, para o progresso dos demais conteúdos abordados nas séries subsequentes às iniciais é de importante necessidade a compreensão das quatro operações, a qual serve de ferramenta em todos os outros conteúdos que serão ainda vistos.

Para Gil (2008), a relação entre a aritmética e a álgebra pode justificar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Os procedimentos algébricos são contraditórios ou diferentes aos aritméticos que os alunos estavam acostumados e, para agravar a situação, muitas vezes eles trazem para a álgebra as dificuldades herdadas no contexto aritmético. Dificuldades de natureza pré-algébrica, tais como a separação de um número do sinal e os novos significados dos símbolos matemáticos.

Já com relação aos livros didáticos, Aguiar (2014, p. 286) afirma que:

> A maioria dos livros do Ensino Fundamental ainda privilegia o ensino de regras e técnicas operatórias, e poucos apresentam propostas voltadas para

> o desenvolvimento dos conceitos algébricos e do pensamento algébrico. Inovações aparecem, mas esbarram nos conteúdos arraigados.

Alguns embaraços acerca da aprendizagem da álgebra apontados por Campos e Magina (2015) também se destacam nesse contexto que são: a não aceitação das questões sem fechamento, dificuldade em interpretar e simbolizar matematicamente os conteúdos algébricos através da resolução de problemas e manipulação algébrica.

Outras dificuldades apontadas por Teles (2004, p. 56) podem estar associadas "à comunicação através de uma linguagem estranha para o aprendiz, diferente, puramente simbólica; uma linguagem nova que permite o manejo e a manipulação do desconhecido".

Então, é importante identificar o entrave que os impossibilita de aprender os cálculos algébricos, resolvê-los e dar prosseguimento, pois a álgebra não pode ficar à margem dos conhecimentos matemáticos devido às dificuldades inerentes a sua compreensão. Assim, é importante aprender álgebra, estimular o aluno a pensar na sua aplicabilidade tanto em sala de aula quanto na vida real e, nesse sentido, Vossos (2021, p.34) apresenta algumas tarefas algébricas usadas no dia a dia, conforme exposto no Quadro 3 abaixo:

Quadro 3 – Tarefas Algébricas aplicadas no cotidiano do aluno.

• na área das finanças: na arbitragem de preços, taxas de juros, inflação e elasticidade (da demanda ou oferta) são calculadas com o uso de certas equações;
• na escolha de um determinado serviço: equações lineares também podem ajudar os consumidores na escolha de um determinado serviço, calculando, por exemplo, as melhores taxas;
• na administração de dinheiro: é também uma das competências aplicadas da álgebra. Por exemplo, nas decisões financeiras:
• "Quanto custa por mês pagando R$ 3,00 por cada passagem todo dia útil?". "Quanto dos seus R$ 20 deve dar a cada um dos seus quatro filhos?" ou "Um carro que gasta 0,25 litros de gasolina por km começa a andar com 30 litros. Quanto de gasolina resta após 4km rodados?" São finalidades de um tipo de problema que um adulto encara todo dia, tentando sobreviver com recursos limitados;
• porcentagens também são bastante usadas no dia a dia.

Fonte: Vossos (2021)

Conforme explica Castro (2003), a álgebra foi inserida na área da matemática ao entrar no currículo escolar com a promulgação da Carta Régia de 19 de agosto de

1799, na forma de aulas avulsas, ao lado de outras disciplinas como a aritmética, a geometria e a trigonometria. Posteriormente, tornou-se uma disciplina considerada pré-requisito para a formação do cidadão comum. No início do século XIX, o estudo de álgebra foi introduzido no ensino secundário brasileiro.

Em 1931, Francisco Campos, responsável pelo Ministério da Educação e Saúde, transforma os quatro campos do ensino em um único, denominado Matemática (VALENTE, 2002). O ensino da álgebra, desde o início da década de 1960, era de caráter mecânico e reprodutivo, sem clareza alguma, apresentada por meio de procedimentos que conduziam a uma aprendizagem mecânica. Segundo Moreira e Masini (2011, p. 25), a aprendizagem mecânica da álgebra:

> [...] ocorre com a incorporação de um conhecimento novo de forma arbitrária, ou seja, o aluno precisa aprender sem entender do que se trata ou compreender o significado do porquê. Essa aprendizagem também acontece de maneira literal, o aluno aprende exatamente como foi falado ou escrito, sem nenhuma interpretação própria. A aprendizagem acontece como produto da ausência de conhecimento prévio relacionado e relevante ao novo conhecimento a ser aprendido. Um exemplo disso seria um estudante aprender que a geometria da molécula de amônia é trigonal ou piramidal sem saber o que é trigonal e/ou piramidal.

Entende-se que conhecimentos mecânicos fazem pouco sentido, porque a aprendizagem quando ocorre não tem relação com o que já é conhecido.

Para D’Ambrósio (1998), a matemática dos sistemas escolares é “congelada”, são teorias em geral antigas, desligadas da realidade. Foram concebidas e desenvolvidas em outros tempos, outros espaços. Será que essa matemática nomeada acadêmica é importante para todos os povos? Sem dúvida. A sociedade moderna não funciona sem essa matemática, a tecnologia moderna não se aplica sem essa matemática, as teorias científicas não podem ser trabalhadas sem essa matemática. Mesmo as artes e as humanidades estão impregnadas dessa matemática.

Expressões usadas por esse matemático como: “matemática congelada”; “teorias antigas, desligadas da realidade” podem não ter correlação com o mundo real do ensino e da aprendizagem da matemática, uma vez que essa ciência configura toda uma dinâmica de erros, repleta de tendências, de criatividade, de experiências significativas, de propostas etc.

Por mais que as teorias sejam enxergadas como antigas, não significam que elas perderam a sua significância ou que sejam inservíveis. Muitas teorias antigas se mesclam com teorias modernas, tornando-se úteis e únicas, trazendo sentido para a matemática do mundo moderno. Como poderia ensinar a álgebra envolvendo situações cotidianas sem uma análise detalhada da forma mecânica aplicada aos alunos? Por mais críticas que façam à forma mecânica do ensino da álgebra não significa que a aprendizagem não aconteça.

2.2 Álgebra e os documentos oficiais: nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, na BNCC, no Currículo do Estado de São Paulo e no Currículo da Cidade de São Paulo

Nesta etapa da pesquisa, discorreu-se sobre como a álgebra é tratada nos documentos oficiais, os quais norteiam o trabalho do professor, contribuindo como instrumentos para elaborar e desenvolver a prática pedagógica.

2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Os PCN são diretrizes elaboradas pelo Governo Federal com o objetivo principal de orientar os educadores por meio da normatização de alguns fatores fundamentais relacionados a cada disciplina. Esses parâmetros abrangem tanto a rede pública como a rede privada de ensino, conforme o nível de escolaridade dos alunos. Sua meta era garantir aos educandos o direito de usufruir dos conhecimentos necessários para o exercício da cidadania. Embora não fossem obrigatórios, os PCN serviam como norteadores para professores, coordenadores e diretores, que podiam adaptá-los às peculiaridades locais. Os PCN são uma referência para a transformação de objetivos, conteúdos e didática do ensino (OLIVEIRA, s/d).

O processo de elaboração dos PCN começou em 1995, sendo que no fim daquele ano já havia a versão preliminar, que foi apresentada a diferentes instituições e especialistas. Em resposta, o MEC recebeu cerca de 700 pareceres, que foram catalogados por áreas temáticas e embasaram a revisão do texto. Para completar, Delegacias do MEC promoveram reuniões com suas equipes técnicas, o Conselho Federal de Educação organizou debates regionais e algumas universidades se mobilizaram. Tudo isso subsidiou a produção da versão final dos PCN para 1ª a 4ª série, que foi aprovada pelo Conselho Federal de Educação em 1997. Os PCN foram transformados num conjunto de dez livros, cujo lançamento ocorreu em 15 de outubro de 1997, Dia do Professor, em Brasília. Depois, professores de todo o país passaram a recebê-los em casa. Enquanto isso, o MEC iniciou a elaboração dos PCN para 5ª a 8ª série (BRASIL, 1998).

Os PCN de matemática têm como finalidade fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento como um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático (BRASIL, 1998).

Na primeira parte, o documento apresenta uma breve análise dos mais recentes movimentos de reorientação curricular e de alguns aspectos do ensino de matemática no Brasil, apontando a necessidade de proporcionar um ensino de melhor qualidade. Os PCN indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática e discutem caminhos para "fazer matemática" na sala de aula. Quanto aos conteúdos, apresentam um aspecto inovador, não apenas na dimensão de conceitos, mas também na dimensão de procedimentos e de atitudes. Discutem-se ainda algumas orientações didáticas relativas a conceitos e procedimentos matemáticos, analisando obstáculos que podem surgir na aprendizagem de certos conteúdos e sugerindo alternativas que possam favorecer sua superação.

Os PCN (1997) agrupam os conteúdos de matemática em quatro blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação, conforme descritos na Figura 1 abaixo.

Figura 1 - Blocos de Conteúdos de matemática do Ensino Fundamental – PCN

BLOCOS DE CONTEÚDOS	DESCRIÇÃO
Números e Operações	Conhecimento dos números naturais e números racionais (com representações fracionárias e decimais) como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos de estudo, considerando-se suas propriedades, relações e o modo como se configuram historicamente. O trabalho com as operações deve valorizar a compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, as relações existentes entre elas e o estudo reflexivo do cálculo, contemplando os tipos: exato e aproximado, mental e escrito.
Espaço e Forma	Os conceitos geométricos desenvolvem um tipo especial de pensamento que permite ao aluno compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive. O trabalho com noções geométricas volta-se para a observação, percepção de semelhanças e diferenças e identificação de regularidades, envolvendo a exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato.
Grandezas e Medidas	Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social, com evidente caráter prático e utilitário. As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e as formas e dos significados dos números e das operações, e incluem a ideia de proporcionalidade e escala.
Tratamento da Informação	Integram este bloco estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória. Não pretende o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos. Em estatística incluem-se procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações. No campo da combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações que envolvam, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem. Os estudos de probabilidade se destinam à compreensão de que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções acaso e incertezas, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas por meio de experimentos e observações de eventos.

Fonte: PCN – Matemática (BRASIL, 1998, p. 38-39)

Mesmo com a formalização dos PCN, com relação à reorientação curricular, muitos dos objetivos não foram alcançados, crianças e jovens ainda continuam com dificuldades de aprendizagem, levando-os à reprovação.

Quanto ao aspecto inovador dos conteúdos, houve uma alteração na sua organização, sequência e distribuição. Com isso, o professor precisou reorganizar o seu planejamento, procurando recontextualizar o conteúdo, a partir de situações que fossem mais compreensíveis e significativas para os alunos.

Silva (2001, p. 10), enfatiza que “é por meio do currículo, concebido como elemento discursivo da política educacional, que os diferentes grupos sociais, especialmente os dominantes, expressam sua visão de mundo, seu projeto social, sua ‘verdade’”.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), a estruturação do trabalho docente deveria ser organizada coletivamente visando o que expõe o Quadro 4 abaixo:

Quadro 4 – Estrutura do trabalho docente.

a)	agregar escola, pais e sociedade a fim de juntar esforços em prol da tarefa de prover educação para cidadania;
b)	apresentar a necessidade de participação da comunidade na escola;
c)	identificar novas demandas de ensino como temas, disciplinas ou assuntos pertinentes no mundo atual;
d)	enfatizar a importância do desenvolvimento de cada cidadão;
e)	permitir que cada escola possa desenvolver seu planejamento com base nas diretrizes definidas;
f)	adotar novas práticas, além do conteúdo de sala, como potencializadores do aprendizado;
g)	abordar os chamados temas transversais nos conteúdos;
h)	inserir novas tecnologias de comunicação no ambiente de sala de aula;
i)	valorizar o trabalho dos professores como formadores neste processo educacional.

Fonte: Adaptado do PCN (BRASIL, 1998)

Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) para o ensino da matemática nos anos iniciais, têm como um dos seus eixos a resolução de problemas. Esse eixo está apoiado nos seguintes princípios, como mostra o Quadro 5:

Quadro 5 – Princípios dos eixos de Resolução de Problemas.

•	o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
•	o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
•	aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
•	o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
•	a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo

	ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da matemática (1997, p. 32-33)

Nos PCN de matemática 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental (1997), são apresentados os objetivos dessa disciplina cujo ensino deveria primar pelo desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagens que levem o aluno a:

> - reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problemas e favorecer soluções;
> - traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
> - utilizar os conhecimentos e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. Seguem-se a esses os objetivos do pensamento geométrico, da competência métrica, do raciocínio que envolva a proporcionalidade, do raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico (BRASIL,1997, p. 81)

Segundo o documento, observa-se uma preocupação com o desenvolvimento do pensamento algébrico. Mas, o que seria esse pensamento algébrico? Como pensar a partir da álgebra? Para Blanton e Kaput (2005, p. 43), o pensamento algébrico é

> [...] como um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade.

Os jogos são apresentados nos PCN (1998) como uma estratégia de aprendizagem, esse documento assegura que:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problemas que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações se sucedem rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46).

No documento há a apresentação de alguns jogos que poderiam ser realizados em sala de aula com o objetivo de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. As atividades propostas podem proporcionar o desenvolvimento das abstrações, generalizações (sequências de mandalas), desenvolvimento da capacidade de resolver problemas por meio dos termos desconhecidos, estabelecer relações entre duas grandezas, enfim, são apresentadas situações da vida real, usando também os jogos lúdicos como facilitadores da aprendizagem.

Dessa forma, apresenta-se um jogo proposto por Paiva *et al.* (s/d), através do qual é possível a escolha de uma expressão algébrica como ponto de partida para formalizar a linguagem matemática relativa ao estudo de funções. Além dessa, pode se fazer uma avaliação diagnóstica sobre as operações em Z e em Q a partir de registros das jogadas dos alunos.

Figura 2 - Tabuleiro - Jogo Corrida de obstáculos

Fonte: IME Unicamp 2012

De acordo com Paiva *et al.* (s/d, p. 49), utiliza-se como materiais: dados comuns, três marcadores, que podem ser tampinhas de refrigerante ou de canetinhas, e o tabuleiro do jogo. O autor explica que o jogo apresenta como regra ser em dupla ou trio e o público-alvo são alunos de 7º e 8º ano. Paiva *et al.* (s/d, p. 49) sugerem:

> 1. Imagine que todos estão numa corrida contra o tempo para dar uma volta completa no circuito de treinamento (tabuleiro).
> 2. Para isso, o atleta (aluno) deve jogar o dado e responder corretamente se a equação escolhida é positiva, negativa ou nula.

Para finalizar, Paiva *et al.* (s/d, p. 49) indicam que "para deixar mais emocionante a brincadeira você pode estipular um tempo para resolução".

Vale ressaltar que o jogo *Corrida de Obstáculos* está alinhado com o pensamento algébrico, tema da presente pesquisa. De acordo com Vygotsky (1989), a presença de um sistema de signos em um jogo pode favorecer generalizações de acontecimentos da realidade vivida que são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Corroborando com a temática, segundo Piaget e Inhedel (1989), o jogo tem importância quando revestido de seu significado funcional. Por meio da atividade lúdica o aprendiz assimila ou interpreta a realidade a si próprio, atribuindo, então, ao jogo um valor pedagógico expressivo, permitindo sanear, diagnosticar e investigar as dificuldades, sejam elas de ordem psicomotora, cognitiva ou afetiva.

Além das atividades estratégicas, os PCN de matemática sugerem a importância dos gráficos para o desenvolvimento de conceitos, procedimentos algébricos e para mostrar a variedade de relações possíveis entre duas variáveis. *Softwares* como os que utilizam planilhas, que podem ser exploradas por meio de calculadoras, podem ser integrados às atividades algébricas, trabalhando também situações-problemas que deixem mais claras as vantagens de determinar expressões algébricas para o preenchimento de planilhas e gráficos, atividades essas que necessitam da escrita algébrica. O referido documento salienta que a visualização de expressões algébricas, por meio de cálculos de áreas e perímetros de retângulos, é um recurso que facilita a aprendizagem (PCN, 1998).

As estratégias e as sugestões dos PCN de matemática apontam para vários benefícios como possibilidade de melhorar o processo do ensino da álgebra e, assim, trazer significado à aprendizagem desse conteúdo.

2.2.2 Base Nacional Comum Curricular

As leis não fazem milagre, nem tão pouco a realidade social é mudada por meio de um passe de mágica, mas é certo que elas são pontos de partida para que a realidade possa ser repensada, refletida e por meio delas avanços possam ser alcançados.

A lei máxima do nosso sistema educacional reflete um processo e um projeto político para a educação brasileira. É a chamada Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB nº 9.394/1996). Ela foi estruturada para todos os segmentos da educação básica: ensino médio, ensino fundamental e educação infantil.

A origem da LDB remonta à Assembleia Constituinte de 1934, determinando que a União elaborasse e conseguisse aprovar um plano nacional que traçasse as diretrizes da Educação Nacional. A discussão sobre a LDB delongou a totalidade de

27 anos. O texto foi promulgado em 1961 pelo Presidente João Goulart, cujo documento concedeu mais autonomia aos órgãos estaduais de educação, regulamentou a existência dos Conselhos Estaduais e Federal de Educação e garantiu o empenho obrigatório de recursos do Orçamento da União e de Municípios para investimentos na área (BRASIL, 1996).

De acordo com Brasil (1996), a primeira LDB permitiu o ensino experimental e o ensino religioso facultativo e tornou obrigatória a formação mínima exigida para professores de acordo com o nível de ensino e a matrícula obrigatória dos alunos nos quatro anos do ensino primário. Com o advento da ditadura militar, novas mudanças ocorrem na LDB, momento em que é adequada às diretrizes da então Constituição de 1967 (BRASIL, 1996).

O texto promulgado em 1971, pelo então presidente Emílio Garrastazu Médici, transformou os antigos ensinos Primário e Ginasial, nos igualmente antigos 1º Grau e 2º Grau, além de fixar um ano letivo mínimo de 180 dias, o ensino supletivo no modo de Educação à Distância (EaD) e a inclusão de quatro disciplinas obrigatórias: Educação Moral e Cívica, Educação Física, Educação Artística e Programas de Saúde. A norma ainda quebrou a exclusividade do dinheiro para as instituições públicas de ensino e permitiu uma substituição do ensino de 2º grau gratuito por sistema de bolsas com restituição (BRASIL, 1996).

Ao longo dos anos, a LDB sofreu significativas modificações, principalmente no que diz respeito à alteração de 2013, quando o Estado brasileiro assumiu a responsabilidade de garantir o acesso gratuito a todas as etapas da educação básica para qualquer cidadão, podendo ser acionados os dispositivos legais para sua reivindicação (BRASIL, 1996).

Parece simples, mas implicou em abranger todas essas etapas também na exigência de um currículo com base nacional comum, que já estava previsto na primeira versão da LDB e no Plano Nacional de Educação para os ensinos fundamental e médio. Já em 2017, mudanças ainda mais objetivas foram realizadas, trazendo à tona a urgência de se determinar as condutas que trariam uniformidade à educação brasileira e a discussão sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) se intensificou (BRASIL, 1996).

A BNCC compõe um elo com o Plano Nacional de Educação (PNE) e tem como objetivo a melhoria da Educação Básica. A primeira versão foi publicada em 2017 para o Ensino Fundamental e em 2018 para o Ensino Médio. Esse documento determina os conhecimentos essenciais que todos os estudantes devem aprender ano a ano, independentemente do lugar onde moram ou estudam (BRASIL, 2018). Diferentemente dos PCN, a BNCC é um documento de caráter normativo,

> [...] que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) (BNCC, 2018, p. 7).

A BNCC é um instrumento de referência dos conhecimentos indispensáveis a todos os alunos da educação básica, independentemente de sua origem, classe social ou local de estudo. Através de um documento construído colaborativamente por especialistas de todo o Brasil, gestores, docentes, alunos e até uma consulta pública *on-line*, a BNCC pretende reduzir as desigualdades de aprendizado, estabelecendo as habilidades e competências fundamentais em cada etapa da educação básica através da obrigatoriedade de seu cumprimento (BRASIL, 2018). Afirma-se que, na BNCC, a área da matemática no Ensino Fundamental,

> [...] por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas (BNCC, 2017, p. 265).

Algumas alterações foram apresentadas com a implantação da BNCC, sendo elas:

> - o estudo de sequências recursivas e não recursivas;
> - resolução das equações do 2º grau por meio de fatorações;
> - pensamento computacional com uso de algoritmos, cuja linguagem está muito próxima à linguagem algébrica; e fluxogramas (BRASIL 2018, p.23).

Diferentemente do que estava previsto nos PCN, a álgebra está presente nos anos iniciais e avança ao longo dos ciclos escolares compondo as cinco unidades temáticas da BNCC (2007). A seguir, no quadro 6, apresentamos algumas diferenças entre os dois documentos.

Quadro 6 – Comparativo entre o PCN e a BNCC

PCN - BLOCOS DE CONTEÚDO	BNCC – UNIDADES TEMÁTICAS
Números e Operações	Números
	Álgebra
Grandezas e Medidas	Grandezas e Medidas
Tratamento da Informação	Probabilidade e Estatística
Espaço e Forma	Geometria

Fonte: A própria pesquisadora, 2022. (adaptado do PCN e BNCC).

Assim, na BNCC o foco é o pensamento algébrico e não as operações algébricas, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os conteúdos se relacionam à percepção e ao estabelecimento de padrões e regularidade, às propriedades das operações e ao sinal de igualdade, às ideias de proporcionalidade e equivalência etc. A finalidade da álgebra é desenvolver nos alunos um pensamento algébrico, ou seja, incentivar, compreender, representar e analisar as relações. Esse processo é composto de alguns pré-requisitos (BNCC, 2018). São eles:

a) identificar padrões em sequências numéricas e não numéricas;
b) criar leis matemáticas;
c) utilizar e interpretar diferentes representações gráficas.

Nesse sentido, o ensino da álgebra nos primeiros anos conduzirá os alunos a um processo de ensino e aprendizagem melhor fundamentado, garantindo uma melhor compreensão de situações-problemas com base em conceitos como equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade.

Quanto ao uso de tecnologias, nos PCN é tratado muito sucintamente, já na BNCC é detalhado em diferentes habilidades a necessidade do trabalho com imagens, sons e diferentes linguagens digitais. São muitas as inovações tecnológicas que são transportadas para a sala de aula, desde o que é produzido na televisão, até a vasta gama do que é produzido e vinculado pela rede de computadores. Esse tipo de inovação vem determinando mudanças de *software* para o contexto da aprendizagem.

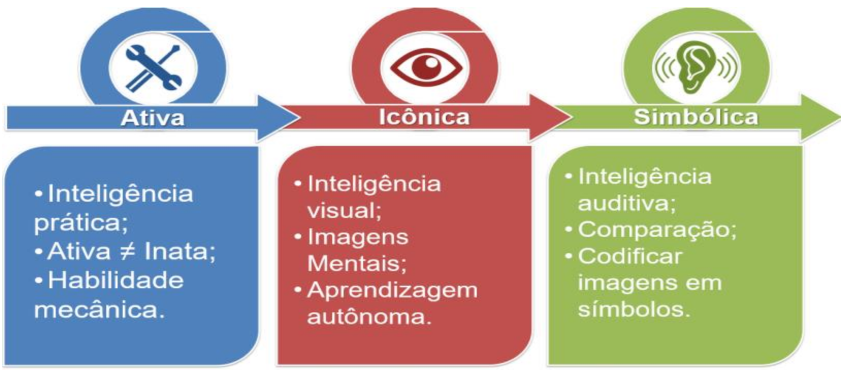
Coletti (2020), ao analisar como o ensino da álgebra está proposto na BNCC, afirma que:

> [...] a álgebra não é mais entendida como um conjunto de procedimentos que envolvem símbolos em forma de letras, mas com uma ação de generalizar e representar relações matemáticas na forma de padrões e regras. Sendo assim a resolução de problemas como estratégia de ensino desempenha papel importante para o aluno exercitar sua capacidade de abstração e generalização. Espera-se que assim, o resolvedor seja capaz de descrever, interpretar, testar ou revisar hipóteses e modificar ou refinar conjuntos de conceitos (COLETTI, 2020, p. 27).

Segundo a autora, o professor, a partir de uma postura problematizadora, faz da aula um espaço para argumentar ideias trocadas com os colegas por meio de um trabalho planejado e intencional que promoverá as aprendizagens, permitindo que expressem livremente suas hipóteses e as possíveis generalizações. É um trabalho intencional que se manifesta nas escolhas das propostas, na forma como os alunos estarão organizados, nas intervenções, nos momentos de trabalhos em grupo ou da socialização e sistematização das produções. Ainda de acordo com Coletti (2020), as atividades da BNCC são desenvolvidas de acordo com o método pictórico, baseado na teoria de Jerome Bruner, que propõe três modos de representação de ideias matemáticas. São elas: ativa, icônica e simbólica.

1. representação ativa: fazer e aprender por meio da manipulação de objetos;
2. representação icônica: aprender pela descoberta com interferência direta do professor pelo diagnóstico, incentivo e percepção de dificuldades;
3. representação simbólica: o aluno é capaz de representar a realidade através da linguagem simbólica, de caráter abstrato, sem depender da realidade.

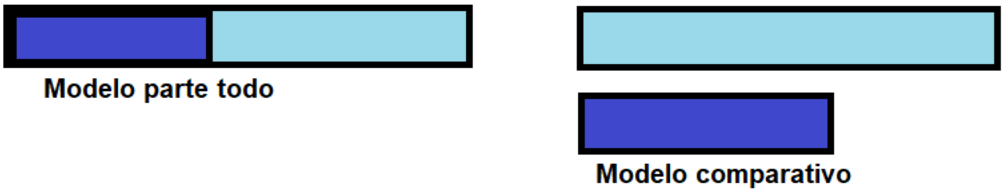
Figura 3 - Teoria da aprendizagem por descoberta de Bruner



Fonte: Borges *et al.* (2020).

O método pictórico é desenvolvido também usando o modelo de barras. A ideia é que toda quantidade em um problema seja representada pelo comprimento de uma barra e essas são organizadas para mostrar as relações matemáticas entre as quantidades. Os alunos resolvem os problemas por meio da parte/todo e da comparação.

Figura 4 - Método Pictórico – exemplo de modelo de barras



Fonte: A própria pesquisadora, 2022.

2.2.3 Currículo do Estado de São Paulo

Segundo esse documento, nos últimos anos, a educação no Estado de São Paulo vem apresentando uma melhora nos índices de aprendizado, no entanto, os desafios quanto ao ensino e aprendizagem são notórios e o Estado passou os últimos anos a efetuar um planejamento estratégico atacando diferentes eixos e estabelecendo objetivos desafiadores, em comparação com o contexto nacional, para trabalhar de forma melhor articulada.

Um mapa estratégico realizado em 2019 trouxe à discussão premissas importantes como: foco na aprendizagem, equidade, gestão, ética, inovação e colaboração. Por sua vez, o estado estabeleceu metas ousadas para os próximos 10 anos, como a liderança de índices de avaliação, a educação voltada para o novo século, bem como a profissionalização na gestão de pessoas.

Todo esse processo passou a ter fundamentos no cuidado com as pessoas, na melhor gestão dos recursos, o uso intensivo de tecnologia e otimização de processos, isso com base em convergência de ideias junto a gestores e colaboradores (SÃO PAULO, 2019). No entanto, os desafios são muitos: a unificação de um currículo, a melhoria de índices (alfabetização, avaliação, abandono, evasão, aprovação etc.), profissionalização dos docentes e técnicos, oferta de educação integral e a capacitação da gestão das escolas.

O currículo do Estado de São Paulo, no que se refere ao ensino da matemática, está pautado na chamada dupla alfabetização: apresentar aos estudantes o mundo das letras e dos números.

Em especial, a matemática está lotada no eixo Ciências da Natureza e Matemática, grande área que incluiu a Física, a Química, a Biologia e a Matemática. Houve um tempo em que a disciplina era alvo de muitas discussões haja vista as especificidades da matéria, o que limitava os estudantes, não permitindo convergência com outras áreas e matérias (SÃO PAULO, 2019).

Nesse sentido, mais recentemente, a matemática passou a estar presente em muitas disciplinas correlatas, fazendo interface com diferentes assuntos, logo, permitindo aos alunos a descoberta de conceito de forma mais simples e com base na realidade as quais eles vivenciam, assim é possível ter hoje a matemática presente tanto em Linguagens e Códigos quanto em Ciências da Natureza.

Dessa forma, a educação matemática precisa responder a algumas questões de ordem histórica, pedagógica, política e filosófica, pois tem implicações diretas no processo de ensino e aprendizagem.

Quando se trata do Currículo de Matemática, especificamente, ele tem uma parceria com a língua materna, constituindo “uma argumentação correta, um enfretamento assertivo de situações-problema, uma contextualização significativa dos temas estudados” (SÃO PAULO, 2012. p. 62). O resultado dessa parceria, propriamente dita, consiste na construção do pensamento lógico, seja indutivo ou dedutivo, a qual partilham fraternalmente a função de desenvolvimento do raciocínio, já que, sem a tal junção há perdas de vantagens, como o raciocínio lógico, por exemplo.

Na reflexão a respeito da necessidade do currículo no contexto escolar, é necessário perceber que na relação escola e currículo os conteúdos são dosados e sequenciados no processo pedagógico, tanto na questão do planejamento quanto na questão da organização. Um currículo escolar precisa considerar as novas práticas para que ele seja realmente significativo aos estudantes de acordo com as necessidades desses. Não é um trabalho difícil, pois as ferramentas tecnológicas existem para diversificações das práticas metodológicas que visam transformar o ambiente educacional.

2.2.4 Currículo da Cidade de São Paulo

O Currículo da Cidade do Ensino Fundamental é o documento referência para esse trabalho, cujo programa voltado para o município de São Paulo está alinhado à construção da BNCC, documento que define as aprendizagens essenciais a que todos os estudantes brasileiros têm direito ao longo da Educação Básica.

Tratando-se do Currículo de Matemática que foi atualizado nos últimos anos, levou-se em consideração a formação dos estudantes da Educação Básica e as concepções da matemática como área do conhecimento, destacando suas potencialidades formativas e sua utilidade no cotidiano da sociedade. Nessa nova proposta curricular da Cidade de São Paulo, além da inclusão dos interesses dos protagonistas da Rede Municipal de Ensino, também incorporou os resultados de pesquisas internacionais e brasileiras na área de educação matemática, produzidas ao longo dos últimos anos, visando a melhoria do processo de construção de conhecimentos matemáticos (SÃO PAULO, 2019).

Ainda foram discutidas algumas possibilidades metodológicas no âmbito da educação matemática, como as que envolvem a resolução de problemas, a modelagem, o uso de tecnologias digitais, as tarefas investigativas, os jogos e brincadeiras, a etnomatemática e outras. De acordo com o documento, são metodologias que podem facilitar a aprendizagem, no que tange ao raciocínio lógico, indutivo, dedutivo e abdutivo, que possibilitam análise, a formulação e a testagem de hipóteses, além de permitir a validação de raciocínio e a construção de provas e de demonstrações matemáticas.

Algumas ideias fundamentais da BNCC foram assimiladas pelo Currículo da Cidade de São Paulo, como a ideia de proporcionalidade, a ideia de equivalência, a ideia de ordem, a ideia de aproximação, a ideia de variação, a ideia de interdependência e a ideia de representação.

Na estruturação da ideia de proporcionalidade, estão presentes os números racionais, as razões e proporções, geometria e outros. Segundo Sadovsky (2010), em uma situação de equivalência está presente o estudo dos números racionais, das equações, das áreas ou dos volumes, entre muitos outros. A ideia de ordem é aquela que permite a observação das organizações sequenciais de números, de ordem de grandeza numérica e de estudos de sequências numéricas. A ideia de aproximação está associada aos cálculos que não precisam ser exatos às medidas, à aproximação dos números irracionais, entre outros. A ideia de variação em Matemática se refere a alguns objetos de conhecimento como a variação percentual, a variação entre duas grandezas, o coeficiente de variação, entre outros. A ideia de interdependência se relaciona à noção de função, com relações entre grandezas numéricas ou geométricas e com ampliação e redução de figuras. E é, principalmente na ideia de representação, que se pode relacionar com a simbologia matemática, mas também no apoio na linguagem oral e escrita, nas representações icônicas (figuras, esquemas, diagramas etc.), além de representações de objetos do meio físico para indicar componentes matemáticos (SADOVSKY, 2010).

Mason (1987) prefere falar de diferentes modos de representação de ideias matemáticas. A atividade de construir significado ou dar sentido a uma ideia decorre do circuito que se estabelece entre a manipulação e a expressão. A manipulação inclui a utilização de objetos físicos, a criação de figuras e diagramas, no papel ou mentalmente, bem como o uso de símbolos. Os modos de representação podem ser usados simultaneamente como objetos de manipulação e como meios de expressão.

Preston e Garner (2003) distinguem os seguintes modos de representação:

- linguagem natural escrita para explicar o raciocínio e as estratégias, como complemento de outros modos de representação;
- pictórico, com recurso a desenhos ou imagens para apresentar, conjugar e sintetizar a informação;
- aritmético, por vezes, através de estratégias de tentativa e erro, de desfazer ou do uso de tabelas;
- gráfico, com recurso a gráficos de variáveis contínuas ou discretas com o objetivo de mostrar o seu comportamento; e
- algébrico, correspondendo à utilização de linguagem simbólica para generalizar.

2.2.4.1 Diversidade de Estratégias

A diversidade de estratégias do Currículo da Cidade - Matemática está em consonância com a BNCC.

> [...] de acordo com a BNCC (2017), consideramos que a diversidade de estratégias matemáticas permite o letramento matemático, pois possibilita raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente e favorece o desenvolvimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas

> em contextos variados, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (SÃO PAULO, 2019, p. 71).

Jogos e modelagem são considerados como objetos de conhecimento e estratégias para aprendizagem e potencialmente ricos para o desenvolvimento do raciocínio, da comunicação e da argumentação (BRASIL, 2017).

O Currículo da Cidade – Matemática (2019), quando trata da Resolução de Problemas, propõe que o professor trabalhe a partir de situações desafiadoras e significativas, considerando os saberes dos estudantes. Além disso, os conteúdos devem ser conduzidos de forma problematizadora de acordo com ciclos (alfabetização, interdisciplinar e autoral), onde são considerados os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento como apresentados no Quadro 7 abaixo.

Quadro 7 – Objetivos de aprendizagem e desenvolvimento no Currículo da Cidade - Matemática

Ciclo de Alfabetização
Os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento sugerem a resolução de problemas (orais ou escritos) de diversos tipos, de preferência ligados ao cotidiano com destaque para utilização dos procedimentos pessoais de resolução.
Ciclo Interdisciplinar
Os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento se ampliam e propõem a resolução de problemas em contextos intramatemáticos e extramatemáticos, a apreciação da adequação dos processos utilizados, bem como o aprofundamento da análise dos resultados, considerando a plausibilidade e a adequação das respostas ao contexto do problema. Apontam também para a formulação de problemas em contextos extramatemáticos, próximos do seu cotidiano.
Ciclo Autoral
As aprendizagens anteriores dos diferentes objetos de conhecimento permitem um aprofundamento dos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento que apontam para a ampliação da capacidade de resolver problemas e analisar resultados, a partir de modificações dos dados iniciais. Além disso, os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento indicam o trabalho com a formulação de problemas em contextos intramatemáticos e extramatemáticos, envolvendo outras áreas do conhecimento e contextos de natureza científica

Fonte: Currículo da Cidade – Matemática (2019, p. 72).

Segundo o Currículo da Cidade - Matemática (2019), a cada ciclo, a natureza dos problemas evolui tanto na formalização dos enunciados, dos processos de resolução quanto na validação dos resultados. A proposta é que o professor desafie os estudantes e torne as aulas problematizadoras.

Uma outra estratégia importante são as tarefas investigativas. Por meio delas, os estudantes são desafiados a vivenciar experiências que podem instigar os conhecimentos matemáticos quando trabalhados em aulas problematizadoras. Essa tarefa envolve quatro momentos principais no seu planejamento e desenvolvimento:

- reconhecimento e formulação de conjecturas - se refere à formulação preliminar do problema;
- realização de testes; e
- argumentação: a elaboração de argumentos e avaliação do trabalho realizado.

De acordo com o documento, uma tarefa investigativa não tem o mesmo significado que um problema. A tarefa investigativa “se diferencia de um problema por ser um processo mais aberto e mais longo com uma formulação inicial menos ‘fechada’ do que a formulação de um problema” (SÃO PAULO, 2019, p. 73).

Outra estratégia se vincula às tecnologias digitais. Nenhum aspecto importante da vida moderna ficou intocado pela maneira com que muitos, hoje em dia, interagem com as tecnologias da informação, e isso tem um efeito positivo. Jogos e desafios digitais são indicados em todos os ciclos de aprendizagem e estão contemplados nos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento.

- no Ciclo de Alfabetização, o uso de recursos digitais pode ser explorado em situações de leitura e ditado de números;
- no Ciclo Interdisciplinar, as tarefas são realizadas de forma que os estudantes possam reconhecer figuras planas e espaciais, desenho de figuras planas e observar algumas de suas características;
- no Ciclo Autoral, a sugestão é usar *softwares*/aplicativos para resolver equações, construir gráficos etc. (SÃO PAULO, 2019).

É possível trabalhar a Etnomatemática que possibilita o desenvolvimento de projetos interdisciplinares ligados às tradições culturais, aos grupos étnicos raciais e às comunidades urbanas, indígenas e rurais. A Etnomatemática faz emergir modos de raciocinar, medir e contar, possibilitando aos estudantes compreender como a cultura se desenvolve no seu meio e como as práticas sociais possibilitam essas aprendizagens (PAIS, 2002).

Conforme D’Ambrósio (2002), o acontecimento das múltiplas culturas, tem influência nos preceitos escolares. A etnomatemática enaltece a matemática dos distintos grupos culturais e recomenda uma enfatização maior dos conceitos matemáticos informais desenvolvidos pelos educandos através de seus conhecimentos, fora da conjuntura escolar na vivência do seu cotidiano. Os povos com suas diferentes culturas têm múltiplas maneiras de trabalhar com os conceitos matemáticos. Todos os diferentes grupos sociais produzem conhecimentos matemáticos. A Etnomatemática valoriza essas diferenças e afirma que toda a construção do conhecimento matemático é válida e está intimamente vinculada à tradição, à sociedade e à cultura de cada povo.

De acordo com Wenger (1998), ir a campo com os alunos para pesquisar manifestações matemáticas da comunidade seria um encaminhamento pedagógico da etnomatemática, vista como proposta pedagógica. A ideia é que os problemas do ensino de matemática podem ser enfrentados contextualizando-se os conteúdos com exemplos de matemáticas de outras culturas. A etnomatemática é considerada um elemento de motivação, a matemática do grupo social composto pelos alunos, pelos pais e pelos amigos.

Há ainda uma outra possibilidade metodológica para o ensino de matemática que é a modelagem, cuja função de seu caráter de atividade de formulação e resolução de problemas é o desenvolvimento de ideias e conceitos matemáticos.

Ao compreender a modelagem como uma das possibilidades de trabalho com projetos nas aulas de matemática, é essencial apresentar a compreensão de seu significado na visão de diferentes autores e, nesse sentido, para Barbosa (2004, p. 42), modelagem é “ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”.

Outra concepção sobre modelagem advém dos estudos de Bassanezi (2002, p. 24) que define a modelagem como

> [...] um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão e tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos, cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele.

Do ponto de vista de Bean (2001 p. 76), o cerne da modelagem matemática incide “em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representados em termos matemáticos (o modelo)”. Para Bean (2001 p. 76), “as hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento”.

É possível identificar, nessas definições, a formulação e a resolução de problemas como uma atividade do processo de modelagem, da qual sucede um modelo. Toda proposta de modelagem contempla problematização e resolução de problemas, conforme visto.

Segundo o Currículo da Cidade - Matemática (2019), a modelagem proporciona um ambiente de aprendizagem problematizador que se distancia do ensino tradicional, uma vez que os temas, as perguntas e os procedimentos para encontrar a solução dos problemas serão feitos pelos estudantes, que podem pensar em estratégias nem sempre indicadas ou sugeridas pelo professor, mas mediadas por ele.

Nesse sentido, a modelagem se diferencia das tarefas investigativas, pois essas se relacionam a contextos intramatemáticos e a modelagem se refere a contextos extramatemáticos. Ela também se difere da resolução de problemas, pois na modelagem os temas e as questões, no geral, são feitos pelos estudantes, o que não acontece com os problemas. A modelagem permite estabelecer relações da matemática com outras áreas de conhecimento para que os problemas possam ser resolvidos.

Ao considerar a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica, Fadin e Tortola (2021, p. 15) apresentam uma pesquisa cuja aplicabilidade da atividade se destina ao Ensino Fundamental e que se intitula Miniaturas Hot Wheels.

Figura 5 - Miniaturas *Hot Wheels*

Fonte: Mcfee/webadvisor

Essa atividade, desenvolvida por Fadin e Tortola (2021, p. 15), pode auxiliar no desenvolvimento do pensamento algébrico em decorrência de poder abordar os conteúdos elencados abaixo:

- Razão;
- Escala;
- Proporção;
- Multiplicação;
- Ampliação e redução;
- Média aritmética simples.

Os autores ainda apontam elementos do pensamento algébrico que podem ser desenvolvidos:

- percepção de regularidades;
- percepção de aspectos invariantes em contraste de outros que variam;
- tentativas de expressar ou explicar a estrutura de uma situação problema;
- presença do processo de generalização.

A descrição dessa modelagem matemática resume-se assim: os alunos, em grupo, investigarão a relação entre as medidas de um carro, em tamanho original, e de sua miniatura. A atividade possibilita discussões com relação às dimensões de um carro, a estimativa, a verificação e manuseio de instrumentos de medidas e a revisão e/ou introdução de ideias como razão/escala e proporção para a produção dos modelos matemáticos. A partir da investigação, os alunos podem produzir modelos matemáticos que permitam verificar e validar a razão 1:64 (um para sessenta e quatro) que as miniaturas da marca *Hot Wheels* são construídas. Esses são os materiais necessários:

- miniaturas *Hot Wheels*;
- régua;
- trena;
- paquímetro;
- calculadora;
- folhas para anotações;
- tabela com informações sobre os carros originais.

Nessa atividade, há uma situação-problema e utiliza-se carrinhos em miniatura, algo que é muito comum entre as brincadeiras de crianças. Os carrinhos *Hot Wheels*, por exemplo, são muito conhecidos, eles são adorados não só por crianças como também por adultos. Mas será que existem carros de verdade como essas miniaturas? E, se existem, como determinar as medidas de um carrinho *Hot Wheels* a partir do carro original?

De acordo com Fadin e Tortola (2021), para que essa atividade se desenvolva é necessário que, depois de dividir os alunos em grupos e distribuir as miniaturas *Hot Wheels*, seja lançado o primeiro questionamento: "Será que existem carros de verdade como essas miniaturas?"

Quanto ao segundo questionamento proposto por Fadin e Tortola (2021) "E, se existem, como determinar as medidas de um carrinho *Hot Wheels* a partir do carro original?". Os autores referem que o/a professor(a) poderá investigar o conhecimento prévio de seus alunos perguntando se eles sabem qual é, aproximadamente, o comprimento de um carro em tamanho real. Referem igualmente que se o/a professor(a) sentir a necessidade de proporcionar aos alunos uma prática para o conhecimento das medidas reais de um carro, que os levem ao estacionamento do Colégio para realizar a medida das dimensões de algum carro.

As discussões devem levar os alunos a sentir a necessidade de conhecer as dimensões originais dos carros correspondentes às miniaturas. Momento oportuno para o(a) professor(a) disponibilizar uma tabela contendo tais dimensões.

Figura 6 - Dimensões da miniatura do carrinho *Hot Wheels*

Fonte: Fadin e Tortola (2021)

Fadin e Tortola (2021) sugere que se retome as discussões sobre como determinar as medidas de um carrinho *Hot Wheels* a partir do carro original. É possível que os alunos levantem hipóteses de quantas vezes a miniatura é menor que o carro original correspondente, percebendo a necessidade de conhecer as dimensões das miniaturas. Sugerem também que se peça para que os alunos organizem o registro da coleta de dados, ou seja, das dimensões das miniaturas. Esse registro pode se apresentar no formato de tabelas ou listas.

Conhecendo as dimensões originais dos carros correspondentes às miniaturas e também as dimensões de cada miniatura, é provável que os alunos consigam perceber que, ao realizar a divisão dessas dimensões, o resultado poderá ser interpretado como a quantidade de vezes que a miniatura é menor que o carro original. Caso essa percepção não ocorra, é importante que o(a) professor(a) realize questionamentos e exponha ideias que orientem os alunos para alguma estratégia de resolução.

Esse momento é oportuno para o(a) professor(a) convencionar que a comparação que os alunos realizaram entre as grandezas (dimensões do carro original e dimensões da miniatura) é chamada de razão e que uma das aplicações da razão se chama escala. Ao realizarem a divisão dessas grandezas, sempre tomando uma unidade de comprimento comum para ambas, encontrarão um valor para o quociente que é chamado constante. Ao conhecerem o valor da constante, é possível determinar a medida do carro em miniatura a partir da medida do carro original, isso quer dizer que se na situação em questão eles soubessem desde o início que esse valor era o número 64, conhecendo-se as dimensões do carro original, bastava dividi-las por 64 que determinariam as dimensões da miniatura, solucionando, assim, a problemática.

A cada 1 cm na miniatura tem-se 64 cm no carro original ou, ainda, as dimensões do carro, em tamanho original, são 64 vezes maiores que as dimensões da miniatura. Fundamentados nas discussões que foram realizadas durante a atividade e em seus conhecimentos, os alunos terão condições de estabelecer um modelo matemático para a situação.

Nesse momento o(a) professor(a) tem a possibilidade de desenhar no chão da sala de aula um retângulo cujo comprimento e largura sejam uma média das dimensões correspondentes aos carros originais e convidar os alunos a testarem se é possível “encaixar” aproximadamente 64 miniaturas na largura e também no comprimento do retângulo desenhado. A escala encontrada não é única e, sabendo disso de antemão, o(a) professor(a) pode questionar os alunos sobre a existência de miniaturas em outras escalas.

A apresentação das miniaturas em diferentes escalas pode suscitar novas discussões e contribuir com a verificação de que, de fato, miniaturas construídas na escala terão comprimentos entre 7 cm e 8 cm, como confirmado pela coleta de dados realizada pelos alunos.

Essas novas discussões possibilitarão que os alunos interpretem a nova escala apresentada, diferente daquela trabalhada no contexto da atividade (1:64), para produzir uma solução compartilhável e modificá-la para resolver uma situação relacionada, favorecendo a generalização do conceito de escala.

Os eixos estruturantes foram definidos em função da natureza e especificidade da área de matemática e cada eixo utiliza a mesma nomenclatura da BNCC (2017). Eles serão trabalhados de forma articulada com a finalidade de permitir uma visão ampla da matemática, de acordo com as possibilidades de compreensão dos estudantes, levando em consideração a sua faixa etária: Números, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, Álgebra (SÃO PAULO, 2019).

No eixo álgebra, o documento propõe o desenvolvimento do pensamento algébrico de maneira que os estudantes possam experienciar situações envolvendo relações quantitativas e qualitativas de diferentes grandezas e de estruturas matemáticas, permitindo a eles conjecturar, sistematizar, generalizar e justificar, usando uma variedade de representações e linguagens matemáticas escritas. Nesse eixo, as ideias fundamentais da matemática vinculadas são, entre outras, a equivalência, a proporcionalidade, a variação, a interdependência e a representação (SÃO PAULO, 2019).

Os eixos articuladores, ancorados nos princípios éticos, políticos e estéticos preconizados nas Diretrizes Curriculares Nacionais (2013), na BNCC (2017), no documento Educação para os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) e na Matriz de Saberes deste Currículo são: jogos e brincadeiras, processos matemáticos e conexões extramatemática (SÃO PAULO, 2019).

De acordo com Grando (1995), momentos de intervenção pedagógica com jogos no ambiente da sala de aula têm objetivos e características distintos caracterizados como: familiarização com o material do jogo, quando os alunos entram em contato com o material do jogo; reconhecimento das regras, explicadas ou lidas pelo orientador; o jogo pelo jogo é o jogar para compreensão das regras; intervenção pedagógica verbal; registro do jogo é o momento do trabalho com os objetivos; intervenção escrita, trata-se das problematizações do jogo e, por último, jogar com competência, representa o retorno à situação real de jogo, considerando todos os aspectos anteriormente analisados (intervenções).

De acordo com o Currículo da Cidade (2019), o eixo dos jogos e brincadeiras tem como objetivo criar condições para que os educadores conheçam e construam jogos que auxiliem na aprendizagem da matemática, incluindo os jogos computacionais, discutir sobre objetos de conhecimento, objetivos de aprendizagem e desenvolvimento em todos os anos do ensino fundamental e, também, retomar as práticas metodológicas de utilização dos jogos nas aulas de matemática.

A noção das conexões matemáticas dá uma visão da matemática como um todo integrado e não como os alunos veem como partes separadas, o que dificulta a sua compreensão. Com as conexões, é possível construir a generalização de certos tópicos matemáticos e a construir um conhecimento matemático profundo e duradouro (VENEGAS; GIMÉNEZ, 2016).

De fato, conexões extramatemáticas são caracterizadas por conectar a matemática com situações que tem objetivos claramente diferentes daqueles da matemática escolar, usam um tipo de discurso diferente daquele utilizado na aula e requerem uma simbologia e uma linguagem que diferem marcadamente da simbologia e terminologia usadas (VENEGAS; GIMÉNEZ, 2016).

Um primeiro exemplo de conexões extramatemáticas está relacionado às noções matemáticas, em que os futuros professores devem planejar e projetar uma sequência didática que não será realizada na escola. Para isso, é proposta uma tarefa profissional que inicialmente começa com a busca, análise e seleção de uma notícia. A partir de uma notícia, pretende-se que os alunos identifiquem e reflitam sobre os contextos que podem ajudar o significado das noções matemáticas. Dessa forma, pretende-se que os futuros professores reconheçam que a matemática pode ser útil para entender melhor as diferentes situações (RIBEIRO, 2019).

Um segundo exemplo é a conexão modelizadora por meio da qual podem ser identificadas três grandes etapas: a escolha do tema, a coleta de dados e a formulação de modelos. Em todas as etapas os alunos participam ativamente, escolhendo o tema, definindo as possíveis situações de estudo a serem investigadas e entrevistando, pesquisando e realizando experiências (RIBEIRO, 2019).

Como constatam Venegas e Giménez (2016), por meio das conexões extramatemáticas é possível não apenas a construção de significados matemáticos, ligados à realidade e o reconhecimento do potencial de propostas interdisciplinares, mas também o auxílio no sentido de que a matemática seja mais significativa para os alunos no contexto escolar.

Não há como refletir sobre a existência de fórmulas que validem a vivência e o aprendizado em sala de aula, porém há como certificar a presença de obstáculos e, com a empregabilidade de materiais diversificados, possibilitar que os alunos superem esses obstáculos, estimulando assim, uma abordagem adequada para a aprendizagem de álgebra.

Por certo, esse foi o viés desenvolvido para elaborar os PCN, a BNCC e o Currículo da Cidade de São Paulo. Instrumentos que possibilitam ao educador refletir sobre a relevância do aprendizado de matemática imbuído de sentido para a vida do aluno, e que ele possa se interconectar com as operações algébricas e seja hábil e capaz de resolver os problemas propostos. Trata-se, dessa forma, de processo no qual o aluno constrói seu aprendizado com o auxílio de ferramentas disponibilizadas pelo professor. Assim, de forma sintética, apresenta-se abaixo um quadro comparativo que engloba os PCN, a BNCC e o Curriculo da Cidade de Sâo Paulo.

Quadro 8 - Comparação entre conceitos estabelecidos pelos PCN, BNCC e Currículo da Cidade de São Paulo.

	PCN	**BNCC**	**CURRÍCULO DA CIDADE**
Quanto ao bloco temático	Números e operações	Álgebra	Álgebra
Quanto à finalidade	Desenvolver e exercitar a capacidade de abstração e generalização para resolução de problemas.	Desenvolver o pensamento algébrico.	Desenvolver o pensamento algébrico, usando uma variedade de representações e linguagens matemáticas escritas.
Quanto às noções fundamentais	Generalização, linguagem algébrica, relação entre duas grandezas.	Equivalência, variação, interdependência, proporcionalidade	Equivalência, variação, interdependência, proporcionalidade e representação.
Quanto ao início dos estudos	A partir do 6º ano do Ensino Fundamental.	Desde os anos iniciais.	Desde os anos iniciais.

Fonte: Adaptado de Scremin e Righi (2021).

Na perspectiva da educação integral, o currículo se constrói a partir do estudante, assumindo a multidimensionalidade e singularidade de cada um como disparador de todo processo pedagógico. Moreira (2007) defende que as indagações sobre o currículo presentes nas escolas e na teoria pedagógica mostram um primeiro significado: a consciência de que os currículos não são conteúdos prontos a serem passados aos alunos. São uma construção e seleção de conhecimentos e práticas produzidas em contextos concretos e em dinâmicas sociais, políticas e culturais, intelectuais e pedagógicas. Também são conhecimentos e práticas expostos às novas dinâmicas e reinterpretados em cada contexto histórico. As indagações revelam que há entendimento de que os currículos são orientados pela dinâmica da sociedade.

Na próxima seção, na primeira parte, apresentamos algumas concepções de sequência didática e, na sequência, aprofundamos, a partir dos estudos de Guy Brousseau, a Teoria das Situações Didáticas.

3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Esta seção está dividida em duas partes: a primeira apresenta as concepções de autores como Zabala (1998), Babinski (2017), Lima (2018), Oliveira (2013), Cardoso, Costa e Moraes (2018) etc., acerca de uma Sequência Didática (SD) e a segunda parte contamos um pouco da história de Guy Brousseau e da Teoria das Situações Didáticas.

3.1 Concepções de uma SD

Nas últimas décadas, a pesquisa didática se aprofundou nas relações entre o conteúdo, o aluno e o professor, ou seja, como se dão os processos de ensino e aprendizagem matemáticos.

A matemática se configura como ferramenta primordial e fomentadora da atuação do aluno no plano social e ainda se constitui em um meio de leitura do contexto que o cerca. Contudo, a interação do aluno com os conteúdos matemáticos, muitas vezes, ocorre na contramão do que é esperado (D'AMBROSIO, 2012).

A sequência didática tem sido vista como um dispositivo de ensino e aprendizagem com fins a transformar a matemática em uma disciplina prazerosa e compreendida pelos estudantes, possibilitando ao educador, com base nas metas que almeja atingir, sistematizar ampla gama de atividades que promovam a aprendizagem dos conteúdos selecionados (D'AMBROSIO, 2012).

A SD pode ser conceituada de diferentes formas, sendo o objetivo primeiro dessa metodologia transformar o ambiente de sala de aula em um contexto de construção real e significativa. Para Zabala (1998, p. 18), é possível definir sequência didática como sendo: "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos alunos". Além disso, para Zabala (1998, p. 53),

> Os tipos de atividades, mas sobretudo sua maneira de se articular, são um dos traços diferenciais que determinam a especificidade de muitas propostas didáticas. Evidentemente, a exposição de um tema, a observação, o debate, as provas, os exercícios, as aplicações etc., podem ter um caráter ou outro segundo o papel que se atribui, em cada caso, aos professores e alunos, à dinâmica grupal, aos materiais utilizados etc.

Lima (s/d, p. 6) afirma que para ocorrer abrangência do "valor pedagógico e as razões que justificam uma sequência didática é fundamental identificar suas fases, as atividades que a constitui e as relações que estabelecem com o objeto de conhecimento".

A contextualização será fator determinante nesse momento. Sinteticamente, a SD se funde em um conjunto de atividades interligadas ao conteúdo e cujo propósito é o estimulo ao processo de aprendizagem dos alunos. Sem dúvida, o conteúdo matemático a ser compartilhado com os alunos apresenta papel de suma relevância, afinal, como discorre Babinski (2017, p. 27):

> A matemática ajuda de certa forma a estruturar o pensamento e o raciocínio relativo, ou seja, tem valor formativo, porém desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta útil para a vida cotidiana, ademais para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a matemática como um sistema de códigos e regras que a torna uma linguagem de comunicação de ideias. Com isso, o aluno tem a possibilidade de modelar a realidade e interpretá-la, pois todas as pessoas sofrem influências da Matemática, de modo que cada um tem uma ferramenta a empregar, uma máquina a utilizar, um aparelho a pôr em funcionamento, sem falar dos arquitetos, contadores, engenheiros, agrimensores, entre outros, para os quais o uso profissional da Matemática tem um caráter permanente.

Conforme explana Babinski (2017, p. 30), a empregabilidade "de recursos didáticos diversificados se justifica pelo fato de que, ao utilizar tais recursos, consegue-se atingir o maior número de alunos em sala de aula, uma vez que possibilita o contato com diferentes formas de aprendizado". Dessa maneira, o professor se observa e também aos alunos. O professor igualmente pode se apropriar de recursos diferenciados para alcançar seu objetivo.

No entendimento de Lima (2018, p. 137), é de suma relevância, em uma SD, "trabalhar o conteúdo com várias ferramentas diferentes, além é claro, trabalhar nos alunos a noção de que eles não devem esperar passivamente pelas respostas do professor" e, contrário, a isso, "atuar ativamente na construção dos próprios saberes".

A SD, conforme esclarece Oliveira (2013, p.39), se trata de "um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade" com fins a "trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem".

Entende-se que as concepções de sequência didática, apresentadas até aqui, trabalham com atividades elaboradas pelo professor previamente.

Oliveira (2013, p. 56), em seus estudos, propõe a SD interativa. Para a autora, é "uma nova proposta metodológica, considerada como desdobramento da metodologia interativa". É um procedimento didático "que utiliza a técnica do Círculo Hermenêutico Dialético (CHD)" que permite a interação dos sujeitos da pesquisa entre si e com o pesquisador.

A sequência didática interativa é vista por Oliveira (2013, p.43) como sendo "uma proposta didático-metodológica que desenvolve uma série de atividades, tendo como ponto de partida a aplicação do círculo hermenêutico dialético, para identificação de conceitos/definições". A proposta, de acordo com a autora, sustenta "componentes curriculares (temas), que são associados de forma interativa com teoria(s) de aprendizagem e/ou propostas pedagógicas e metodologias, visando à construção de novos conhecimentos e saberes".

A SD interativa traz em seu bojo novos mecanismos metodológicos mediante a qual o aluno passa a ser parte do processo de aprendizagem imbuído de significado. Processo que o aluno apreende o saber, pois esse não foi apresentado como um conceito pronto. Há uma identificação por parte do aluno com o conceito aprendido e apreendido.

A funcionalidade dessa ferramenta ocorre justamente da sua interconexão com o conhecimento cientifico. Quando o aluno se identifica com a aproximação, com o conceito, com o conhecimento cientifico, ele passa a compreender o saber aprendido. Do contrário, como refere Bonino (2009, p. 49) "o jovem olha para o papel, para a lousa, para o professor e não se sente conectado ao universo escolar. O resultado? Desinteresse".

Nesse sentido, o objetivo da Sequência Didática Interativa (SDI) se encontra justamente no ato de desenvolver tanto novos saberes quanto novos conhecimentos. Batista, Oliveira e Rodrigues (2013) apresentam alguns passos para a construção da SDI, de acordo com os preceitos teóricos, expostos no Quadro 9 abaixo.

Quadro 9 – Modelo de Sequência Didática Interativa.

PRIMEIRO MOMENTO – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES
1) definir o tema e componente curricular a ser trabalhado, entregar uma ficha ao participante para que escreva seu conhecimento inicial sobre o assunto;
2) dividir a classe/turma em pequenos grupos para que sintetizem os conceitos surgidos em uma só frase;

3) eleger um líder de cada grupo para formar um novo grupo onde também farão uma síntese formando apenas uma frase do assunto;	
4) conclui-se a primeira sequência de atividade com uma definição sobre o tema em estudo.	
SEGUNDO BLOCO DE ATIVIDADES	
1) o desenvolvimento do embasamento teórico sobre o assunto;	
2) depois da realização do embasamento teórico, o professor/coordenador escolhe uma atividade para o fechamento do tema que pode ser um seminário, confecção de pôsteres ou outras.	

Fonte: Oliveira (2013, p. 44)

Sequencialmente, no quadro 10 abaixo, a partir dos estudos de Costa (2022, p. 372), elabora-se "uma síntese com a descrição de cada momento e etapa da elaboração de uma SD Interativa". A autora refere que a mesma pode ser "utilizada tanto para os alunos da Educação Básica como para os estudantes dos cursos de licenciatura".

Quadro 10 - Descrição de cada momento e etapa da elaboração de uma SDI.

Momento	Etapa	Descrição da etapa
Primeira sequência de atividades	1) Definição do tema a ser trabalhado e elaboração da primeira síntese (conceito)	Primeiramente, o professor define qual o tema, por exemplo, sustentabilidade. Após definir o componente curricular a ser trabalhado, ele irá "entregar para cada aluno do grupo/classe e/ou participante de uma oficina pedagógica, uma pequena 'ficha' (pedaços de papel); o professor e/ou coordenador dos trabalhos solicita que cada estudante/participante escreva na ficha o que entende por sustentabilidade, e/ou de outro tema qualquer".
	2) Trabalho em grupo.	"Depois de cada estudante/participante escrever o que entende pelo tema em estudo (conceito), divide o grupo-classe em pequenos grupos entre quatro e cinco pessoas. Uma vez formado esses pequenos grupos, solicita aos estudantes que façam uma síntese dos conceitos que foram construídos por cada participante, resumindo em uma só frase (definição). É importante que cada pequeno grupo tente contemplar, nessa síntese, o que cada participante disse sobre o tema, objeto de estudo".
	3) Construção da síntese geral (definição).	"Na etapa seguinte, é solicitado que cada equipe escolha um representante, e assim é formado um novo grupo, somente com o líder de cada equipe em que foi sistematizado em uma só frase os conceitos de cada componente desse pequeno grupo. O professor/coordenador solicita que líderes façam um resumo da frase construída como síntese de todos os pequenos grupos. Dessa forma, é construída uma síntese geral (definição) de todos os pequenos grupos, ou seja, do grupo-classe e/ou participantes de uma oficina pedagógica.
	4) Explicitação de conceitos e construção de uma definição sobre o tema.	"Assim, com esses passos básicos é construída a primeira sequência de atividades concernentes à explicitação de conceitos, ou melhor dizendo, o que o aluno/participante entende sobre o tema proposto para estudo. A finalização dessa primeira sequência resulta na construção de uma definição sobre o tema em estudo".
	1) Embasamento teórico do tema em estudo.	"A segunda sequência está relacionada ao embasamento teórico do tema em estudo. O professor/coordenador deverá trabalhar o conteúdo teórico por meio de uma exposição oral, apoiada em livros e textos. A fundamentação teórica também poderá ser apresentada com a exposição em slides (Powerpoint), documentários, imagens,

Segunda sequência de atividades		entre outros, sempre em constante diálogo com os participantes. Nessa etapa o professor/coordenador deverá escolher uma teoria de aprendizagem, e/ou uma proposta pedagógica, e/ou uma metodologia de trabalho, a exemplo, a interdisciplinaridade, ou ainda, procurar embasar o conteúdo do tema em estudo, escolhendo a técnica".
	2) Fechamento do tema.	"Após o embasamento teórico do tema em estudo cabe ao professor/coordenador escolher uma determinada atividade para fechamento de tema".
	3) Realização de outra sequência de atividades.	"No final da aula, após trabalhar todo embasamento teórico, e ter associado o tema em estudo com uma teoria da aprendizagem e/ou proposta pedagógica, ou com outra técnica e metodologia, o professor poderá realizar outras sequências de atividades. A sugestão é que construa um novo conhecimento ou um novo saber. Concretamente, poderá ser solicitado que os alunos façam pesquisas sobre o conteúdo trabalhado em sala de aula, e construam um pequeno texto sobre o tema estudado e/ou façam um relatório sobre sequência de atividades, associando com a teoria trabalhada em sala de aula. Para os alunos de licenciatura, solicitar a construção de um artigo científico".
	4) Apresentação e socialização dos resultados.	"É muito importante que o resultado final da aplicação dessa ferramenta didática seja socializado com apresentação dos resultados em pequenos eventos na universidade/escola, seminários, congressos e até divulgado em redes sociais".

Fonte: Oliveira (2013, p. 59-60).

Para Oliveira (2013), vive-se um mundo jamais visto com alta valorização de competências e qualidades pessoais e não apenas da quantidade de informação. Assim sendo, o autor concebe as SDI enquanto uma metodologia propicia ao ensino de conceitos escolares e, concomitantemente, uma técnica de pesquisa e de entendimento.

Não obstante, Oliveira (2013) se apropria da SDI com fins a construir e reconstruir diferentes saberes acerca de temas diversos sempre com foco nos conhecimentos prévios dos alunos, porém, não é apresentada uma situação-problema como ponto de partida e sim um tema escolhido pelo professor. Prima-se pela essencialidade da procura por metodologias diferentes e, ao mesmo tempo, criativas que permita o agir como forma de provocar os alunos a atingir níveis complexos de desenvolvimento da capacidade de pensar.

Norteados pelos resultados advindos de um estudo que resultou na análise de 31 teses em Educação Matemática sobre SD, Costa e Gonçalves (2020) "apontam 13 características importantes para entendermos a necessidade de investigações específicas sobre SD", questão apresentadas no Quadro 11 abaixo.

Quadro 11 – Características importantes para compreender a necessidade de investigações específicas sobre SD.

(1) diversidade de abordagens teóricas sobre SD;
(2) diversidade de teorias que dão fundamentação à utilização da SD;
(3) abordagem da SD como metodologia de ensino;
(4) falta de aprofundamento teórico e discussão sobre o conceito de SD;
(5) utilização de SD para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem;
(6) SD como conjunto de atividades;
(7) SD favorece a reorganização do conteúdo matemático a ser ensinado;
(8) SD beneficia a promoção de situações nas quais os estudantes possam agir sobre as atividades construídas e pensadas pelo professor;
(9) desenvolvimento de SD na Educação Básica e no Ensino Superior;
(10) SD figura como uma ferramenta que possibilita articulação entre teorias de ensino e práticas de ensino na sala de aula;
(11) concebe o aluno como um ser ativo e que precisa participar das atividades propostas, visando ao desenvolvimento do seu espírito investigativo, reflexivo, analítico, crítico;
(12) qualifica o professor como um mediador do processo de ensino e aprendizagem no sentido de um agente que possibilita atividades e situações criativas para que os alunos possam desenvolver as atitudes supracitadas;
(13) SD é utilizada, construída e desenvolvida, na maioria das pesquisas, pelo pesquisador e não é, geralmente, construída pelo professor que a utilizará nas suas práticas de sala de aula, tanto os professores em formação inicial (nas Licenciaturas) ou em formação continuada (em serviço na Educação Básica). Aqui vemos uma possibilidade e campo de pesquisa novo e que requer mais investigação.

Fonte: Costa e Gonçalves (2020, p. 335).

Outra proposta relevante de Sequência Didática advém de pesquisa de Cardoso, Costa e Moraes (2018, p. 348) que focam no estudo de fração a partir da SD através do *Tangram*, norteados pelas proposituras de Artigue (1988), Zabala (1998) e Dolz e Schneuwly (2004, p. 97) que descrevem uma sequência didática como "um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero textual oral ou escrito". Na concepção desses autores, são duas as tipologias de compreensão para SD, a saber, "compreensão didática e compreensão pedagógica".

Dolz e Schneuwly (2004) destacam que a SD precisa ser utilizada como procedimento para ajudar o aluno a compreender melhor os gêneros textuais, como: narrativas de aventura, reportagens esportivas, receitas de cozinha etc. Essa compreensão pode permitir ao aluno escrever ou falar de forma adequada em uma determinada situação de comunicação. A SD é compreendida como um procedimento pedagógico que o professor pode utilizar durante suas aulas. Portanto, no contexto em que o termo SD é empregado, numa perspectiva da linguística aplicada, focada na produção de gêneros de textos, tipificamos essa perspectiva de abordagem linguística ou compreensão linguística sobre SD. Isto é, uma compreensão linguística sobre SD se refere ao entendimento e utilização de SD.

O modelo de sequência didática adotado no trabalho proposto está dividido em quatro etapas, conforme Dolz e Schneuwly (2004). São elas: apresentação da situação, primeira produção, construção dos módulos e produção final.

1ª ETAPA: APRESENTAÇÃO DA SITUAÇÃO - O aluno deve ser exposto ao problema que constitui o projeto coletivo da turma.

2ª ETAPA: A PRIMEIRA PRODUÇÃO - A produção inicial pode ser simplificada, somente dirigida à turma. A produção é o instrumento de avaliação diagnóstica para verificação das capacidades reais dos alunos.

3ª ETAPA: MÓDULOS OU OFICINAS – Trabalho com problemas detectados na avaliação diagnóstica.

4ª ETAPA: A PRODUÇÃO FINAL - Culminância da avaliação. Possibilita ao aluno colocar em prática as noções e os instrumentos elaborados separadamente nos módulos.

A sequência de atividade pode ser concebida com base no que os alunos já sabem e, a cada etapa, é preciso aumentar o grau de dificuldade, ampliando os conhecimentos prévios desses estudantes, sendo assim, a atividade deve permitir a transformação gradual de seus conhecimentos (DOLZ; SCHNEWLY, 2004). Essa concepção de sequência didática trabalha com uma situação problema como ponto de partida e as atividades que compõem os módulos são pensadas a posteriori.

Já Santos *et al.* (2020) apresentam um desenvolvimento de SD a partir da empregabilidade do Geoplano para o processo de ensino e aprendizagem de figuras planas na primeira série do Ensino Médio.

No campo da matemática – assim entendida a partir dos vários saberes que a disciplina engloba –, a busca por estratégias de ensino diversificadas foi avançando e Guy Brousseau contribui com a Teoria das Situações Didáticas. Segundo o autor, para ocorrer a construção de conhecimentos, em particular os matemáticos, deveríamos propiciar situações nas quais o aluno possa “agir, formular, provar, construir modelos, linguagens, conceitos, teorias, as trocas com outros, reconheça aquelas que são mais conformes à cultura, retire desta, aqueles que lhe são úteis, etc.” (BROUSSEAU, 1996, p. 70).

Assim sendo, investigamos sobre estratégias matemáticas e técnicas de ensino diversificado para desenvolver o pensamento algébrico com relação ao estudo das estruturas, à simbolização, a modelação e ao estudo das variações. Com a utilização de uma sequência didática, com a concepção de Dolz e Schneuwly (2004), investigamos nos alunos como as quatro fases estudadas por Guy Brousseau (2008) promoveram a aprendizagem dos alunos.

3.2 Guy Brousseau e a Teoria das Situações Didáticas

Brousseau nasceu em Taza, no Marrocos em 04 de fevereiro de 1933, sempre teve interesse por matemática e física, mas decidiu abandonar o curso superior de matemática para fazer um ano de formação profissional lecionando na Escola Normal de Agen, no sudoeste da França. Procurava compreender como as crianças adquirem os conhecimentos matemáticos.

No ano de 1962, retornou aos estudos de matemática na universidade de Bordeaux, tornando-se, mais tarde, assistente de matemática. No ano de 1970, participou do Congresso da Associação dos Professores de Matemática do Ensino Público e apresentou os primeiros elementos da Teoria das Situações. Foram 20 anos de pesquisas até ele apresentar de forma clara e organizada a Teoria das Situações Didáticas em sua tese de doutorado.

Sua teoria buscou compreender as relações que acontecem entre alunos, professor e o meio, em sala de aula e, ao mesmo tempo, propôs situações que foram experimentadas e analisadas cientificamente. Na concepção de Brousseau (1996, p. 45) “o aluno aprende sobre um ou mais objetos adaptando-se a um *milleu* (ou meio) fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios”. Para o autor, “o aluno poderá ir avançando por meio de atividades organizadas em Sequências Didáticas”.

Um dos principais elementos de sua teoria é a noção de contrato didático, pois desempenha um papel central na análise e na construção de situações para ensinar e para aprender matemática. De acordo com Brousseau:

> Numa situação de ensino preparada e realizada pelo professor, o aluno em geral tem a tarefa de resolver o problema que lhe é apresentado, por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das exigências impostas, que são a maneira de ensinar do professor. Estes hábitos específicos do professor, esperados pelos alunos, e os

> comportamentos destes, esperados pelo professor, constituem o contrato didático (BROUSSEAU, 2008, p.9).

Para Brousseau (2008), a relação entre professor e aluno pode explicar o descompasso no processo da aprendizagem. Os conhecimentos e saberes comunicados devem fazer com que o aluno reconheça situações e práticas sociais não didáticas, para que assim ele participe como sujeito maior. Logo, o professor deveria reconhecer todo esse entorno adidático como referência cultural e de base para os saberes que ensina.

O comportamento dos alunos revela o meio em que estão. Meio esse que Brousseau descreve como um sistema, e é esse sistema/meio que deve ser modelado com condições necessárias para atender a aprendizagem de um determinado conhecimento. A interação de um sujeito com o meio é chamada de situação, para que essa interação seja eficaz é preciso que o sujeito busque esquemas e aquisições anteriores que contribuam para a construção de um novo conhecimento.

No entendimento de Brousseau (2008, p. 21) “uma ‘situação’ é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado”, para o sujeito aprender a encarar dada situação “requer conhecimentos já apropriados, pelo menos para iniciar a resolução e outros conhecimentos devem ser mobilizados para aquisição de novos conhecimentos”.

Segundo Brousseau (2008), o aluno passa a ser protagonista no processo de aprendizagem a partir da interação com outros indivíduos bem como com o meio, devendo ser agente no processo de solucionar problemas na busca de respostas com base em seus ensinamentos. Esse processo tem bases no construtivismo na qual a aprendizagem depende do sujeito, depende do meio e das interações que são estabelecidas com o meio.

A partir dessa consideração, percebe-se que a grande falha do ensino tradicional é a ênfase dada às técnicas em vez de desenvolver a própria capacidade de raciocínio, a capacidade natural de pensar do aluno. Quando Brousseau (2008) diz que a aprendizagem depende do nível de desenvolvimento do sujeito está claro que numa situação didática o ensino não deve vir do exterior, mecanicamente, com respostas que agradem o professor, e sim deveria provocar no aluno o interesse em buscar as tais respostas. Segundo essa concepção, o professor é visto como um provocador que ao criar atividades desafiadoras faz com que os alunos levantem hipóteses e busquem soluções. Assim, tanto o professor quantos os alunos assumem a responsabilidade da ação educativa. Um tipo de atividade na qual o professor, além de comunicar o enunciado, procura agir de tal forma que o aluno aceite o desafio de resolvê-lo como se o problema fosse seu, e não somente porque o professor quer. [...] “Se ele aceita participar desse desafio intelectual e se ele consegue sucesso nesse seu empreendimento, então inicia-se o processo da aprendizagem” (MACHADO, 2005, p. 68).

A resolução de problemas matemáticos usa métodos para encontrar a solução, segundo Machado (2005), em quase todo trabalho de educação matemática, a elaboração do saber envolve algum tipo de problema. O processo de construção do conhecimento matemático não se reduz apenas a dar “boas respostas”, mas também a elaborar “boas questões”. Há toda uma série de dificuldades específicas no trabalho didático com problemas, e o saber certamente não é uma consequência imediata da associação de respostas aos problemas. Numa perspectiva construtivista, o papel do professor deve ser o de encontrar problemas adequados que possam provocar a mobilização de conhecimentos pelo aluno impulsionando-o para a elaboração de novos saberes matemáticos.

Brousseau (2008) propõe um modelo composto de quatro fases para se resolver problemas: ação, formulação, validação e institucionalização. Também descreve situações didáticas e situações adidáticas que coexistem de forma harmônica, sem uma alterar a outra, mas se complementam. Nas situações adidáticas o professor atua como mediador e observador, permitindo que o aluno atue de forma autônoma. Nesse momento, o professor não mostra a sua intenção, ele elabora a atividade e remodela o meio para que o aluno alcance os objetivos. Na situação didática encontra-se ações tanto do professor quanto dos alunos, e o momento em que o professor apresenta os conteúdos formais e sociais de forma intencional e clara.

Assim sendo, se torna de suma relevância que no ato de planejar uma situação didática o educador detenha habilidades e competências para elaborar uma metodologia criteriosa para que os objetivos almejados sejam de fato alcançados e se concretizem. Frente à Teoria das Situações Didáticas (TSD), idealizada por Guy Brousseau, apresenta-se abaixo, no Quadro 12, as fases de uma situação didática, com base nos preceitos da TSD.

Quadro 12 - Fases de uma situação didática concebidas à luz da TSD

SITUAÇÃO ADIDÁTICA DE AÇÃO	Essa é a primeira etapa da sequência, planejada como um desafio para os alunos assumirem e se envolverem no processo de estudo, as respostas dos alunos serão predominantemente experimentais, sem grandes influências teóricas. As ações são ancoradas em conhecimentos já estabelecidos, mas que não permitem a compreensão sistemática do objeto em estudo.
SITUAÇÃO ADIDÁTICA DE FORMULAÇÃO	A partir das ações desenvolvidas na etapa anterior da sequência, o aluno poderá produzir uma solução mais elaborada, com elementos de alguma teoria, mas sem a intenção explícita de validação ou justificação da resposta.
SITUAÇÃO ADIDÁTICA DE VALIDAÇÃO	Na comunicação de ideias iniciada na etapa anterior o professor conduz os discursos para um processo que busque validar as soluções para um grupo ou toda a turma.
SITUAÇÃO DIDÁTICA DE INSTITUCIONALIZAÇÃO	Nessa etapa o professor interfere diretamente visando estabelecer um caráter de universalidade e objetividade do conhecimento, sintetizando-o e ligando-o a outros conhecimentos. Assim, o conhecimento novo produzido pelo aluno torna-se socialmente aceito, conferindo-lhe um tipo de validade cultural, onde há um diálogo entre professores e alunos sobre conhecimentos matemáticos historicamente construídos.

Fonte: Adaptado de Brousseau (2008, p. 24 - 27).

Finalizadas as fases para resolver problemas, Brousseau (2008) destaca que o erro passa a ser um aspecto no processo de ensino e aprendizado, no entanto, não deve ser visto como barreira ou limitante, mas faz parte da busca pelo saber, ou seja, ele passa a ser uma força motriz para ampliar a capacidade de resolver problemas e consolidar o conhecimento já adquirido.

O objetivo é buscar uma situação em que o aluno coloque em jogo os conhecimentos que dispõe, que ofereça algum tipo de dificuldade que force a busca de soluções e resulte na produção de conhecimento, no enriquecimento do já existente ou no questionamento do anterior. Nessa situação, é necessário refletir, produzir uma solução, registrar, justificar, explicar e discutir o que foi feito, revisar, corrigir e validar no grupo a solução. As discussões são momentos importantes para confrontar, questionar e defender possibilidades de resolução, sempre utilizando argumentos vinculados aos conhecimentos matemáticos. A proposição de uma situação didática deve ser contínua, por meio dela, a criança aprende a utilizar os conhecimentos que possui e a consultar as informações possíveis para resolver novas situações (RATIER; SANTOMAURO; POLATO, 2008).

Para finalizar, vale lembrar que o aprender é como um jogo, uma aventura que transforma o ser humano (VYGOTSKY, 1989). Rememorando que a perspectiva vygotskiana considera a aprendizagem como um processo social no qual os sujeitos constroem seus conhecimentos através da sua interação com o meio e com os outros, numa inter-relação constante entre fatores internos e externos.

Por meio da teoria freireana se compreende que o saber não é de exclusividade do educador. A totalidade do processo de construção do saber se origina a partir da interconexão entre educador e educando. Um processo no qual docente e discente, colaborativamente, desenvolvem um conceito, e como pontua Freire (1996, p. 36), “a visão dos personagens professor e aluno deixa de ser uma visão de técnicas de ensino e passa a ser de interação entre dois seres humanos, com aprendizagem mais significativa e transformadora”. Ainda em consonância com a teoria freireana, “o processo de aprendizado deixa de ser apenas um processo cognitivo, mas passa a envolver pensamentos, sentimentos e ações”.

Na intenção de promover o ensino do pensar certo, Freire (2004, p. 36) defende que “não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino” uma vez que o professor, em sua cátedra, carece estar flexível às indagações e ao senso crítico oriundo dos alunos e que possam vir a reverberar ao longo da aula.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Esta seção trata inicialmente sobre a metodologia aplicada com fins a explanar sobre o objetivo principal da pesquisa: elaborar uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas proposta por Guy Brousseau para promover a aprendizagem de expressões algébricas e a noção de função nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para alcançar esse objetivo, optou-se pela abordagem da pesquisa qualitativa tipo aplicada de cunho intervencionista.

4.1 A escolha do método

A pesquisa aplicada tem como premissa o enfrentamento e a resolução de problemas práticos. Quando há deficiências e dificuldades no aprendizado da matemática se faz necessário identificá-las, detectar causas e fatores que contribuem para essa situação e, é assim, por meio do estudo e da pesquisa que esse conteúdo poderá ser ressignificado.

É muito comum no ensino da matemática o uso de listas de exercícios caracterizadas como atividades fechadas, pouco desafiadoras cuja principal finalidade é praticar os conhecimentos supostamente adquiridos por meio do ensino transmissivo, em que o professor é o principal agente do processo, assumindo o papel de transferir informações e conceitos prontos. No entanto, é fato que essa combinação de exercícios e ensino transmissivo não contribui para a aprendizagem matemática dos alunos (CABERLINI; GARCIA, 2016).

Na escola onde aconteceu a pesquisa existe um grupo de alunos que apresenta dificuldades de aprendizagem, principalmente, de natureza pré-algébrica, como, por exemplo, as expressões com números e sinais e os significados dos símbolos matemáticos. Além disso, também observei a falta de interesse em aprender e participar das atividades que trabalham com o objeto de ensino álgebra. No geral, trabalho com a hipótese que a ausência de interesse é entendida não por falta de comprometimento ou vontade, mas sim, pela insuficiência de entendimento e, se não há entendimento, não há interesse nem participação.

Dessa maneira, foquei na ideia de que a pesquisa aplicada poderia evidenciar e, possivelmente, adicionar mais informações a respeito de situações que precisam ser melhor compreendidas. Na realidade, são vários os dilemas na área de estudo da álgebra e somente aprofundando os conhecimentos será possível evitar concepções erradas.

Inicia-se o presente estudo realizando um levantamento bibliográfico com a intenção de conhecer pesquisas que tratavam do ensino da álgebra. Esse movimento ajudou no entendimento de como a álgebra, ao ser trabalhada em sala de aula, ainda exige que as práticas sejam ressignificadas. É claro que o conhecimento científico não vem do nada.

> Raras são as perguntas que não foram antes levantadas. Por isso é pertinente antes de se prosseguir com a pesquisa, procurar inteirar-se sobre o que está escrito através da revisão bibliográfica. A pesquisa bibliográfica ajuda a encontrar "os saberes e as pesquisas relacionadas com a sua questão; deles se serve para alimentar seus conhecimentos, afinar suas perspectivas teóricas, precisar e objetivar seu aparelho conceitual" (LAVILLE; DIONNE, 1999 *apud* SANTAELLA, 2002, p. 119).

Além da pesquisa bibliográfica, intencionamos desenvolver um trabalho de ensino e aprendizagem que envolvesse o pensamento algébrico a partir de ações tanto da professora quanto dos alunos que tenham como cerne as contribuições da Teoria das Situações Didáticas proposta por Guy Brousseau.

Como se trata de ações/fenômenos que serão desenvolvidos em sala de aula, segundo Gatti e André (2011, p. 32), “só podem ser entendidos no contexto em que ocorrem e são permeados por uma multiplicidade de significados que, por sua vez, fazem parte de um universo cultural que deve ser estudado pelo pesquisador”. De acordo com as autoras,

> a pesquisa qualitativa gerou aspectos mais específicos, com nova conotação, a saber:
> 1) Compreensão mais profunda dos processos de produção do fracasso escolar, um dos grandes problemas na Educação brasileira, que passa a ser estudado sob diversos ângulos e com múltiplos enfoques.
> 2) Compreensão de questões educacionais vinculadas a preconceitos sociais e sociocognitivos de diversas naturezas.
> 3) Discussão sobre a diversidade e a equidade (GATTI; ANDRÉ, 2011, p. 34).

Para Bogdan e Biklen (1994, p. 34), ao ponderar sobre os dados que são gerados no ambiente escolar, exige-se do pesquisador a observação e construção de “significados a partir das palavras, atos e comportamentos daqueles que fazem parte do contexto em que está sendo realizado o estudo”. Nesse sentido, Minayo e Sanches (1993) afirmam que a abordagem qualitativa:

> Realiza uma aproximação fundamental e de intimidade entre sujeito e objeto, uma vez que ambos são da mesma natureza: ela se volve com empatia aos motivos, às intenções, aos projetos dos atores, a partir dos quais as ações, as estruturas e as relações tornam-se significativas (MINAYO; SANCHES, 1993, p. 244).

No entendimento de Gillham (2000, p. 11), um dos pontos fortes de métodos qualitativos, dentre outros, é poder entrar “por baixo da pele de um grupo ou organização para descobrir o que lá realmente acontece, a realidade informal que só pode ser percebida de dentro”.

A abordagem qualitativa, por permitir uma visão mais contextualizadora da situação escolar, evidencia as relações entre os sujeitos e suas ações. Nesse sentido, Sampieri, Collado e Lucio (2016, p. 395) afirmam que:

> As formulações qualitativas são uma espécie de plano de exploração e são apropriados quando o pesquisador se interessa pelo significado das experiências e dos valores humanos, pelo ponto de vista interno e individual das pessoas e pelo ambiente natural onde ocorre o fenômeno estudado; também quando buscamos ter uma perspectiva próxima à dos participantes.

As pesquisas qualitativas do tipo intervenção pedagógica possuem a finalidade de contribuir para a solução de problemas práticos. Elas se opõem às pesquisas básicas, que objetivam ampliar conhecimentos, sem preocupação com seus possíveis benefícios práticos (GIL, 1988). As intervenções também podem ser consideradas como pesquisas por se assemelharem aos experimentos, no sentido de que estão ocupadas em “tentar novas coisas – e ver o que acontece” (ROBSON, 1993, p. 78).

Por fim, é importante salientar que as pesquisas do tipo intervenção contemplam a importância atribuída por Vygotsky (1978) ao estudo dos fenômenos historicamente construídos. Para o autor, “a investigação histórica da conduta não é algo que complementa ou ajuda o estudo teórico, senão que constitui o seu fundamento” (VYGOTSKY, 1978, p. 65). Assim, a pesquisa de intervenção enquadra-se nessa perspectiva, uma vez que envolve descrições de como o problema foi detectado, abordado e consequentemente, como se deu a busca de sua resolução e no entendimento de Santaella (2001, p. 185):

> [...] quando o problema desemboca na hipótese, tem-se o ponto de chegada do primeiro movimento de um itinerário de pesquisa. Este ponto de chegada, entretanto, torna-se ponto de partida do segundo momento, indicando a direção a ser seguida para que se possa resolver o problema de partida: verificar sua solução antecipada. Para se chegar a uma confirmação, são os métodos que nos fornecem meios.

A pesquisa-intervenção, como descreve Romagnoli (2014, p.46), “[...] leva em consideração a implicação do pesquisador, a complexidade e a indissociabilidade da produção de conhecimento da atuação/intervenção”. Nesse sentido, Damiani *et al*. (2013) referem que a pesquisa intervencionista, diferentemente de muitas outras, não visa à relação causa e efeito, portanto, não há a preocupação em controlar as variáveis. O foco essencial é realizar intervenções dentro da sala de aula, descrevendo detalhadamente as ações e, ao final da pesquisa, com embasamento teórico e rigor científico, analisar e avaliar os dados coletados, ou seja, são dois momentos distintos: método da intervenção e método da avaliação da intervenção.

De acordo com Damiani *et al.*, (2013) o primeiro momento exige planejamento e criatividade do pesquisador em sua atuação como professor, produção de relatórios voltados à atuação do docente e justificativas das intervenções e práticas realizadas. E o segundo momento é aquele em que o professor atua explicitamente como pesquisador e descreve a sua atuação, os instrumentos de coleta e realiza análises para garantir suas hipóteses.

As pesquisas intervencionistas pedagógicas, conforme os estudos de Damiani *et al.* (2013, p. 58), se constituem em “investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações)” cuja meta é “produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam - e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências”.

Independentemente da escolha metodológica, a pesquisa científica envolve métodos, procedimentos rigorosos e comprometimento, e é nela que se encontra a via do conhecimento, mas é preciso compromisso ético, pesquisadores responsáveis e comprometidos com os resultados e com sua própria formação. Por isso, a pesquisa intervencionista é aplicada com a intenção de investigar o problema, para contribuir para o próprio desenvolvimento pessoal e de outros profissionais e, assim, promover a transformação social.

Segundo Ponte (2002), ao investigar problemas específicos da própria prática profissional, construímos conhecimento, identificamos estratégias de resolução desses problemas e temos uma combinação poderosa entre colaboração, prática e foco na aprendizagem dos alunos.

Ponte (2002) ressalta que o problema consiste, então, no modo de articular a educação matemática com o desenvolvimento profissional. Como tirar partido da primeira numa lógica compatível com a natureza dos processos próprios do segundo?

Trata-se de um problema, aparentemente, impossível. Estamos perante dois movimentos contraditórios, que evoluem em sentidos opostos, um de dentro para fora, outro de fora para dentro. No entanto, em educação, como na vida social, as contradições, longe de serem um fator de bloqueio, podem constituir o elemento fundador de novas mudanças.

Ponte (2002) ainda salienta que a Educação Matemática pode ajudar a marcar o rumo e a perspectiva do desenvolvimento profissional, pode ajudar a conceber os processos formativos a partir da situação de partida e dos seus graus de liberdade. Conforme o autor, aprendemos a partir da nossa atividade e da reflexão sobre a nossa atividade, participando em práticas sociais, e de forma tanto mais profunda quanto maior for o nosso envolvimento pessoal e o suporte coletivo, podemos construir contextos formativos ajustados a uma variedade de necessidades e situações. Nesses contextos, é necessária uma forte presença da prática, mas também uma significativa alimentação por parte da teoria.

Como professora regente de uma turma de oitavo ano, em uma Escola Pública Municipal do Estado de São Paulo, realizei um trabalho de intervenção junto aos meus alunos, com o propósito de vivenciar uma situação didática formada por múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre eu, a professora pesquisadora, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver uma sequência didática pautada na TSD de Guy Brousseau voltada para o ensino e a aprendizagem da escrita de expressões algébricas e a noção de função. Tudo isso vinculado a outros elementos do sistema didático: objetivos, métodos, recursos didáticos, entre outros.

Na sequência, apresenta-se a escola, bem como os alunos que participaram da pesquisa (alunos do 8º ano A de uma Escola Pública) e eu como professora.

4.2 O contexto da pesquisa: a escola e os participantes

A sociedade como um todo, no entendimento de Morin (2000, p. 37), se encontra “presente em cada indivíduo, na sua linguagem, em seu saber, nas suas obrigações e em suas normas. Assim sendo, a escola é a entidade social presente na vida de todos”.

Para Morin (1997, p. 15-17), como a realidade se tece a partir de laços e interações, o conhecimento humano é incapaz de apreender o *complexus* – o tecido que junta o todo. Na perspectiva do autor, uma unidade organizada produz qualidades e propriedades que inexistem nas partes tomadas isoladamente. Assim, este estudo adentra o campo da pesquisa qualitativa ao valorizar percepções pessoais de um grupo de alunos – como se veem, como alunos – de uma escola pública e suas interações com a álgebra.

4.2.1 Caracterização da escola

A escola na qual se realizará a pesquisa e que abriga os alunos partícipes deste estudo é uma Escola Pública da Rede Municipal do Estado de São Paulo, instituída em outubro de 1956 e que se localiza na região do Ipiranga. Como meio de preservar a Unidade Escolar, ela será nomeada como Escola P.M.P.

Atualmente é oferecido o Ensino Fundamental nos anos iniciais, no período vespertino e o Ensino Fundamental nos anos finais, no período matutino. Possui, em média, 479 alunos dos quais 242 frequentam os anos iniciais e 237 os anos finais. Tem por característica ser uma escola ‘de passagem’; uma vez que a maioria dos alunos não mora no bairro e, por assim ser, a princípio, são os responsáveis que trazem os alunos, devido ao fato de serem trabalhadores da região.

A escola é composta por 34 professores, todos licenciados em suas respectivas disciplinas. O espaço físico está dividido em onze salas de aula, duas quadras de esportes, um laboratório de informática, uma sala de leitura, refeitório/pátio, banheiros e a área destinada à secretaria e sala da direção.

A escola se pauta pelo Projeto Sala Ambiente, projeto esse devidamente descrito no livro *Reflexos e reflexões: a educação no espelho* do ano de 2015. Trata-se de uma coletânea de artigos e, entre eles, destaca-se o da professora Vera Silvia Ferreira, ex-diretora da escola P.M.P. Nesse artigo, é apresentado o Projeto de Sala Ambiente para os Anos Finais do Ensino Fundamental, implantado na escola no ano de 2006, após várias reflexões e discussões com todos os segmentos da comunidade escolar.

Em seu artigo, intitulado *Experiência de Sala Ambiente no Ensino Fundamental II da EMEF P.M.P*, Vera Silvia Ferreira (2015, p. 104) relata os objetivos do projeto:

> - Primeiramente, proporcionar ao professor a oportunidade de estruturar a sala de aula de acordo com a peculiaridade da sua disciplina,

transformando o ambiente mais prático ao desenvolvimento das aulas e mais interessante à aprendizagem.

- Em segundo lugar, aumentar o índice de aprendizado dos estudantes, através do uso adequado dos equipamentos e materiais de ensino e aprendizagem, do aprimoramento do uso do ciclo pedagógico e do uso de novas estruturas de ensino.
- Em terceiro lugar, propiciar a eficiência profissional através da observação sobre a prática de sistematização do ambiente em salas temáticas e todo âmbito que ela envolve.
- Finalmente, proporcionar o uso dos ambientes pedagógicos e recursos materiais e tecnológicos da escola ou que possam ser elaborados por professores e estudantes.

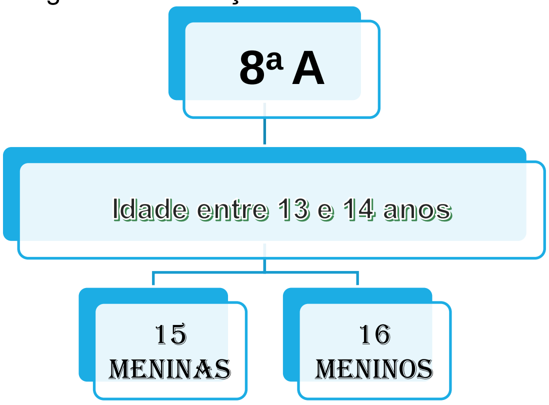
A sala de matemática está equipada com livros, cadernos de apoio, réguas, esquadros, compassos e transferidores, todos de madeira para uso na lousa e também um kit de cada um para uso dos alunos. Há, também fita métrica, trena, calculadoras, ábacos, jogos como dominó, banco imobiliário, tangram e quebra-cabeças. Há figuras geométricas e materiais para estudos do espaço e suas dimensões.

O intuito das salas ambientes é o de propiciar oportunidades diferenciadas de aprendizagem, inovando, motivando e incentivando tanto os alunos quanto os professores. Durante a troca de salas, os estudantes experimentam a mobilidade espacial, a autodisciplina e a interação com os colegas nos corredores. Quanto aos resultados após a implementação das salas ambientes, houve um aumento no desempenho dos estudantes nas avaliações externas, e a escola recebeu uma homenagem, em 2014, da Secretaria Municipal de Educação, por ter tido no ano anterior um dos maiores índices da Rede no IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica).

4.2.2 Caracterização dos alunos partícipes da pesquisa

Os participantes da pesquisa serão os alunos do 8º ano A, conforme descrito na Figura 7 abaixo.

Figura 7: - Descrição dos alunos do 8º A da escola P.M.P.



Fonte: A própria pesquisadora, 2022.

A escolha da turma ocorreu devido ao fato de ser uma turma para quem eu, professora pesquisadora, ministro aulas. É uma turma heterogênea; alguns são bem falantes e participativos e outros tímidos e pouco interativos. Esses alunos ficaram por quase dois anos sem ir presencialmente à escola em decorrência da pandemia do COVID-19, o que ocasionou ainda mais dificuldades quanto à aprendizagem e a socialização. Considerando essa defasagem, o objeto de conhecimento a ser trabalhado na sequência didática está relacionado aos objetivos de aprendizagens do 7º ano do Ensino Fundamental, como recomenda a *Priorização Curricular da Secretaria Municipal de Educação* (2021), documento esse que traz uma reorganização dos conteúdos que devem trabalhados, com a intenção de recuperar aprendizagens essenciais aos estudantes após a pandemia.

4.2.3 Caracterização da professora

A professora pesquisadora é a professora participante da pesquisa, que sempre gostou de matemática e de resolver os desafios que essa disciplina traz. Sempre foi uma aluna dedicada aos estudos e ainda criança já gostava de ensinar o que aprendia aos colegas da turma com dificuldades e ao irmão mais novo.

O início de sua carreira como professora acontece em 2011 em uma escola estadual de São Paulo, com aulas de recuperação de aprendizagens, no contraturno dos períodos da manhã e da tarde, onde foi percebendo as dificuldades dos alunos com a matemática e principalmente quando se tratava da álgebra.

No ano seguinte, começa a trabalhar também em uma escola municipal de São Paulo, com turmas do 6º ao 9º ano e, depois da experiência com as aulas de recuperação, sempre se preocupou em preparar as aulas pensando nessas dificuldades e em como diminui-las. Utiliza o trabalho com jogos, construídos pelos próprios alunos, vídeos interativos e gráficos em aplicativos feitos na sala de informática, busca dar significados aos conteúdos trabalhados, propõe atividades em grupos, parte sempre que possível do concreto para evoluir para as abstrações e também estimula os alunos a elaborarem problemas para compartilhar com os colegas. Ao pensar no planejamento da aula, é preciso rever tudo o que foi construído e que deu certo, para manter, e o que precisa ser modificado, para não correr o risco de tornar as aulas menos atrativas e de forma mecânica.

Em 2020, saio da SEE para assumir minha colocação de Professora de Matemática na Universidade Municipal de São Caetano. Conto mais sobre minha trajetória profissional no início desse trabalho.

4.3 Geração de dados e seus instrumentos

Para iniciar um momento de descobertas e novos conhecimentos, é necessário a geração de dados, conforme perspectiva de Mason (1996, p. 161):

> [...] na pesquisa qualitativa não há coleta de informações completamente neutra em relação ao mundo social. A palavra ‘coleta de dados’ supõe que os dados já estão prontos, prestes a serem colhidos. É intencional o uso de geração de dados em vez de coleta de dados para limitar a imensa cadeia de relacionamento entre pesquisador, mundo social e dados, os quais o pesquisador qualitativo transpõe.

Nos estudos de Mason (1996), destaca-se a relevância do pesquisador acerca de cada passo a ser tomado no transcorrer do estudo e, dessa forma, cabe ao estudioso “se preparar não apenas para o processo e a técnica de observação, mas também para a interação social”. De acordo com a autora, há necessidade de “ter clareza na utilização seja de qual fosse o instrumento para a geração de dados”. (MASON, 1996, p. 160-163).

O fator humano é primordial na geração dos dados envolvidos na pesquisa e, dessa forma, Amorin (2001, p. 26) diz que “a escrita da pesquisa não se reduz a uma simples transcrição de conhecimentos produzidos em situação de campo”. Mais que uma mera reprodução, ela há de ser um caminho de transformação, uma via que possibilite muito mais do que sair do teórico para a prática, sempre norteada pela ética.

Neste estudo em específico, a geração de dados ocorrerá por meio de observações feitas em sala de aula e registradas em diário de campo, fotos e gravações (sem a identificação dos alunos), onde será observada a atuação dos alunos diante do contexto de trabalho dessa pesquisadora. Nos últimos anos de experiência em sala de aula nos estudos da matemática, sempre me deparei com grupos de alunos diagnosticados com as mesmas dificuldades, porém essas dificuldades serão inseridas no contexto científico oportuno. Os dados não serão gerados por meio de perguntas, mas por meio de observações diretas na ambientação de sala de aula com apoio das escritas nos diários.

Importante destacar que a "observação possibilita um contato pessoal estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 26). Isto é, a vantagem desse método é sua aproximação gradual com o contexto de pesquisa. Na concepção de Lüdke e André (1986), observar é poder ver e compreender uma situação, extrair o máximo de abstrações possíveis de um fato ou de uma resposta dada por um sujeito de pesquisa. No entanto, é uma atividade que precisa ser aprendida e exercitada. Ninguém nasce sabendo observar. É uma habilidade científica construída (ou não) ao longo das nossas vidas.

Com relação ao procedimento de análise de dados, ainda que embasado nas considerações teóricas e metodológicas, muitas vezes transcorre por meio da análise interpretativa que, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 205),caracteriza-se como um "processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas [...] com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou." É o observar mais atento ao aluno e à sua interação com a sequência didática proposta. Um resgate de experiências vividas, ao longo do período que estou na área da educação, mostra o quanto é importante por vezes silenciar e observar; refletir sobre os momentos de interação em sala de aula a partir da vivência dos alunos. Respostas esperadas, bem como as inesperadas, certamente me farão compreender meu papel enquanto educadora. Tendo como referência a teoria, as múltiplas leituras dos dados, que serão gerados no transcorrer dessa pesquisa, cujo foco é desenvolver uma sequência didática, para tratar do ensino e aprendizagem de expressões algébricas e a noção de função, observaremos como ocorreram a promoção dos processos de avaliação e reavaliação do trabalho desenvolvido.

4.4 Desenvolvimento da Situação Didática

Este trabalho trata de um estudo sobre estratégias matemáticas e técnicas de ensino diversificadas para desenvolver o pensamento algébrico no que diz respeito ao estudo das estruturas, ao estudo das variações, à simbolização e à modelação.

Um dos pioneiros em pesquisas sobre como os alunos aprendem matemática é o francês Guy Brousseau, que desenvolveu a Teoria das Situações Didáticas, baseando-se no princípio de que a interação entre duas ou mais pessoas gera uma situação, e essa determina os conhecimentos.

Vale destacar que se concebe a junção da TSD de G. Brousseau com a concepção de sequência didática descrita por Dolz e Schneuwly e, dessa forma essa sequência didática será construída a partir da 4 fase da TSD. Retomando, como visto anteriormente, em sua teoria, Guy Brousseau (2008) descreve 4 fases a serem seguidas:

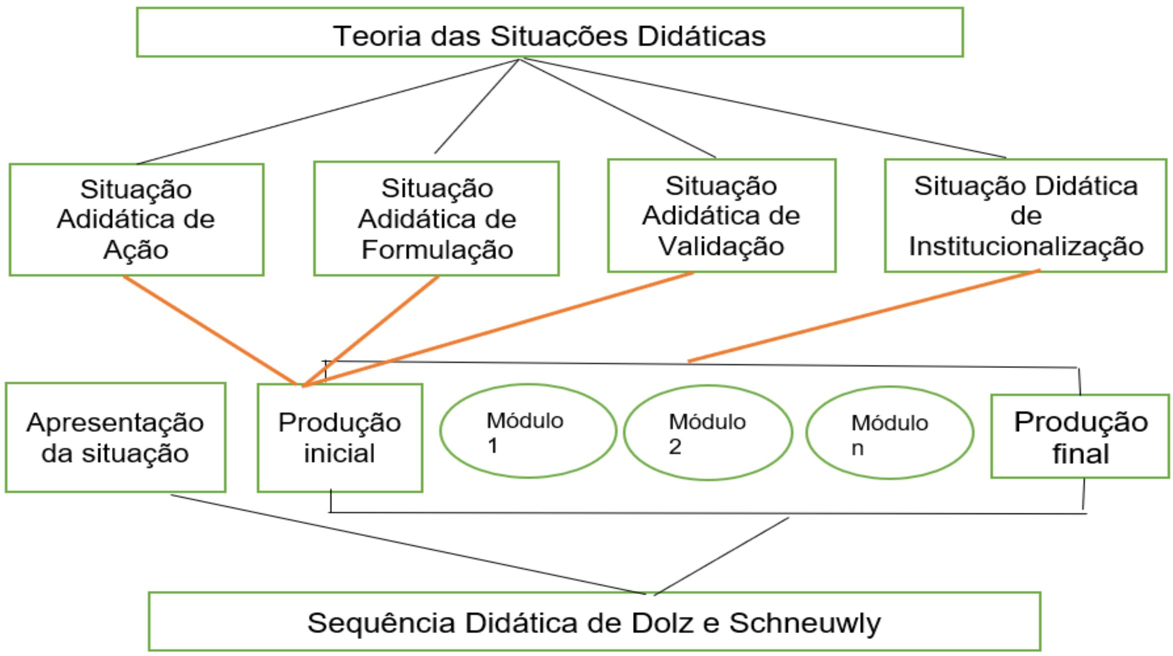
- a primeira fase ele chama de Situação Adidática de ação, é o momento em que os alunos atuam com o conhecimento que possuem a fim de resolver o problema, é o momento da tomada de decisões;
- na segunda fase, chamada de Situação Adidática de Formulação, o conhecimento implícito é transformado em explícito, as estratégias são explicadas;
- já na terceira fase descrita como Situação Adidática de Validação, as estratégias são testadas;
- na quarta e última fase, ocorre a Situação Didática de Institucionalização, nessa fase o professor, a partir do que foi construído pelos alunos, apresenta os conceitos matemáticos, é um resumo de todo o processo.

4.5 O desenvolvimento da Sequência Didática

Para pensar, elaborar e organizar a sequência didática que será aplicada e analisada, utilizando como referencial a sequência didática de Dolz e Schneuwly (2004) e considerando também as quatro fases da TSD de Brousseau (2008), será necessário:

- avaliação diagnóstica (resolução de problemas, simulações, análise de dados da turma). Para tal, precisamos desenvolver situações adidáticas;
- planejar, a partir da análise da avaliação diagnóstica, uma variedade de atividades desafiadoras e com problemas diferenciados. São atividades voltadas para o aprofundamento proposto, por isso se faz necessário ir aumentando o nível de complexidade;
- organizar atividades práticas, lúdicas e com material concreto e diferenciado;
- propor investigações sobre os resultados encontrados nos cálculos e descobrir maneiras de resolvê-los;
- sistematização de todo conhecimento que foi produzido durante o processo, finalizando a sequência.
- a depender da atividade, estudar a possibilidade de um trabalho interdisciplinar, o que permitirá explorar o conhecimento globalmente.

Figura 8 - Junção da TSD e SD



Fonte: A própria pesquisadora, 2022.

Esta sequência é definida como um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas e avaliadas (avaliações diagnóstica, formativa e somativa) para ensinar um conteúdo etapa por etapa. Organizadas de acordo com os objetivos que se quer alcançar para a aprendizagem dos alunos. As atividades envolvem processos de ensino e de aprendizagem, acompanhados pela avaliação. Isso pode levar dias, semanas e até meses. Se faz necessário que a realização dessas atividades seja, preferencialmente, em duplas ou grupos, para que os alunos possam trocar conhecimentos e auxiliar uns aos outros. O mais importante: ela será construída no processo, ou seja, não será pré-estabelecida.

Por meio de uma sequência didática com foco também em atividades investigativas, a construção do conhecimento pode acontecer de modo a possibilitar a experimentação, generalização, abstração e formação de significados (LINS; GIMENEZ, 2001).

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nessa seção, analisamos os resultados obtidos a partir do desenvolvimento de uma sequência didática elaborada à luz da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, abordando os seguintes conteúdos: Expressões Algébricas e Noção de Função. Em paralelo, descrevemos a intervenção realizada ao longo de oito aulas para, enfim, se analisar os fenômenos didáticos observados.

5.1 A sequência didática

As atividades foram desenvolvidas ao longo do segundo semestre de 2022, dando sequência ao planejamento para o 8º ano do Ensino Fundamental da escola P.M.P., objeto desta pesquisa.

Esta sequência foi composta por 4 etapas, com duração de oito aulas, que tem a intenção de levar o aluno a construir o conhecimento necessário para resolver uma situação-problema observada na sala de aula. Essas atividades foram elaboradas uma após a outra, considerando o que deu certo na atividade anterior e o que precisou ser melhorado ou revisto para a próxima atividade.

O objetivo principal foi fazer com que os alunos se apropriassem da escrita algébrica para, assim, alcançar a expressão algébrica que representa o volume de uma caixa construída com uma folha de sulfite.

Os objetos de ensino trabalhados na SD e que foram mobilizados pelos estudantes são: operações com números racionais, volume do paralelepípedo, unidades de medidas de comprimento, expressões algébricas e a noção de função, todos previstos no Currículo da Cidade para serem trabalhados no 8º ano do EF.

A sequência foi desenvolvida considerando o ritmo dos alunos, sendo necessário, por vezes, retomar atividades trabalhadas em aulas anteriores.

As atividades desenvolvidas, nos diferentes módulos, por meio de uma situação problema foram pautadas pela fundamentação teórica adotada de forma a propiciar situações nas quais os alunos pudessem agir, formular, provar e construir modelos, linguagens, conceitos, teorias e trocas uns com os outros (BROUSSEAU, 2008). Ao final de cada aula, houve um momento de discussão entre aluno-aluno e professora-aluno, para sequencialmente elaborar as institucionalizações dos conhecimentos.

As produções dos alunos foram escritas na lousa e debatidas, buscando uma resposta consensual ao problema proposto. Ressalta-se que esse recurso trouxe um dinamismo às aulas, bem como propiciou a confrontação de ideias e a validação dos resultados obtidos.

Vale destacar que os alunos se mostraram receptivos ao contrato didático negociado e à resolução das questões propostas nas oito aulas.

Com o objetivo de analisar os processos cognitivos ocorridos no ensino-aprendizagem de expressões algébricas, fizemos a coleta de dados a partir da observação em sala de aula e da avaliação das produções que recolhemos dos registros escritos pelos alunos.

As atividades propostas e realizadas foram registradas em áudios, fotos e vídeos com a finalidade de obter subsídios para estudar os fenômenos percebidos, bem como para uma análise mais detalhada das discussões do grande grupo e dos pequenos grupos de alunos ao mobilizarem conhecimentos prévios na resolução das atividades. No início dos trabalhos, o gravador foi deixado nas mesas e foram selecionadas algumas falas para mostrar, no geral, as primeiras ideias trazidas por eles.

Descreve-se, neste momento, a síntese das aulas em que aplicamos nosso projeto, em ordem cronológica, e a análise dos resultados das cinco atividades da sequência didática. Selecionamos as produções das atividades apresentadas pelos grupos, procurando contemplar o desempenho de todos aqueles que participaram das aulas. Na sequência, trataremos da SD, seguindo as etapas descritas por Dolz e Schneuwly (2004), apresentadas no quadro abaixo:

Quadro 13 – Etapas da SD.

1ª. etapa	2ª. etapa	3ª. etapa			4ª. etapa
Apresentação da situação - Situação Adidática	**Produção Inicial** - Situação Adidática	**Módulo 1** Situação Didática	**Módulo 2** Situação Didática	**Módulo 3** Situação Didática	**Produção Final**

Fonte: A própria pesquisadora, 2022.

5.2 Apresentação da situação: a situação adidática

As primeiras aulas da sequência ocorreram no início de agosto de 2022, com duração de duas aulas sequenciais, de 45 minutos cada, em que compareceram 30 alunos. O trabalho teve início com a explicação aos alunos da finalidade dos encontros que iriam acontecer durante a realização da pesquisa e que os resultados das atividades desenvolvidas fariam parte de uma Dissertação de Mestrado e, por isso, todas as atividades seriam registradas.

Primeiramente, reforçamos o contrato didático que, segundo Brousseau, (2008), são as expectativas que professor e os alunos têm em relação ao outro, e, particularmente, em relação ao saber, isto é, uma série de acordos explícitos, mas, sobretudo implícitos. Estabelecemos que eles desenvolveriam as atividades em grupos com, no mínimo, quatro e, no máximo, seis integrantes, organizados de acordo com suas próprias escolhas e sem comunicação com a professora pesquisadora (1ª. produção). Cada grupo deveria discutir as questões, estabelecer estratégias de resolução e uma resposta consenso. Ressaltamos que a frequência dos integrantes dos grupos em todos os encontros seria de suma importância para o bom desenvolvimento dos trabalhos. A negociação desse contrato didático apresentou vantagens bem evidentes como a interação entre alunos e a interação entre os alunos e a professora pesquisadora.

Apesar de as regras terem sido colocadas de maneira clara para todos, durante o desenvolver das atividades alguns alunos, ao encontrarem alguma dificuldade que não conseguiam sanar entre si, em geral, recorriam à professora pesquisadora. Nesses momentos, foi novamente explicada a negociação do nosso contrato didático, considerando a 1ª. produção, deixando clara a necessidade de adaptação às regras de trabalho propostas inicialmente.

Para o tipo de atividades propostas, os alunos deveriam tomar para si a responsabilidade de interpretar os dados do problema, levantar hipóteses, criar estratégias, comunicar e confrontar as soluções encontradas. Cabe ao professor institucionalizar esse novo saber, sistematizando-o após a sua construção pelos alunos. E pelo que foi percebido nessas primeiras aulas, os alunos ficaram interessados em resolver o problema proposto.

5.2.1 Apresentação da situação problema

A situação problema apresentada aos alunos nessas duas primeiras aulas foi elaborada com base em um problema observado na sala de aula.

Segundo Dante (1998), os objetivos das situações problema são: fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolver o raciocínio do aluno e ensinar o aluno a enfrentar situações novas. De acordo com a BNCC (2017), enriquecer os conceitos vistos, proporcionando aos alunos um aprendizado mais prazeroso e interessante da Matemática, lançando a eles desafios, tendo o professor, sempre, como o mediador nesse processo de ensino-aprendizagem.

As crianças são hábeis em achar respostas para questões propostas, sem mesmo examinar seu sentido e sua validade, em alguns casos. O aluno, nessa situação, mostra conhecimento, mas não, necessariamente, o saber matemático. Esse saber vai sendo construído durante todo o desenvolvimento da situação e essa construção do saber só evolui em função das decisões do ator — aquele que resolve —, o que não significa dispensar as intervenções do professor.

A situação problema: o caminho para a 1ª. produção

Ao chegar à sala de aula, a professora pesquisadora percebe que as prateleiras da sala estão muito bagunçadas, com peças de jogos e do material dourado espalhados. Ao questioná-los do porquê da bagunça, lhe disseram que foram os alunos do segundo ano, que estudam na mesma sala a tarde, que sempre deixam tudo jogado. A partir dessa fala dos alunos resolvi indagá-los.

Professora: "Vocês gostariam de ajudar os estudantes do segundo ano e organizar a sala?"

A maioria gostou da ideia, e alguns passaram a propor soluções:

Aluna: "Vamos arrumar tudo e escrever um bilhete para eles deixarem tudo como encontraram".

Aluno: "Tem que falar com a professora da turma, para mandá-los arrumar antes de irem embora".

Aluna: "Ai gente, eles são pequenos, esquecem! Vamos arrumar sim professora".

Professora: "E como vamos arrumar as peças nas prateleiras? Só empilhando?

Aluno: "Pode ser, agrupando por tamanho, cor, tipo".

Aluno: "Eles estragaram as embalagens, por isso deixam tudo solto".

Para Teixeira (2014), toda vez que um problema é colocado para ser resolvido, é preciso que algum dispositivo seja acionado para ajudar a resolvê-lo. O seu funcionamento e o efetivo desenvolvimento devem obedecer a regras preestabelecidas que permitam desencadear, durante o jogo (dispositivo), ações que visem procurar caminhos para chegar ao resultado.

Pensando no objeto de ensino que estávamos trabalhando, expressões algébricas, e no que havíamos trabalhado, volume dos sólidos geométricos, sugeri:

Professora: "Vocês podem construir caixas para organizar essas peças. Temos folhas de sulfite para isso, mas para evitar o desperdício vocês devem construir caixas como o maior volume possível, para acondicionar mais peças. Depois pensaremos em um material mais resistente para essas caixas, por isso, é muito importante também que vocês escrevam a expressão algébrica que forneça esse volume".

Aluno: "Expressão algébrica é quando tem letra?"

Professora: "Seria uma expressão matemática que envolve letras, números e operações, o que me dizem? Vamos fazer?"

Alunos: "Vamos!"

Os diálogos acima traduzem o quanto os alunos trazem consigo a necessidade de participarem do processo de construção do saber em sua ambientação de aprendizagem. Demonstraram-se empáticos e colaborativos em prol de auxiliar na organização da sala de aula. Aqui vale registrar que a turma, no geral, tem por característica ser participativa e costumam mostrar interesse em solucionar as atividades propostas.

De acordo com Sarmento (2010), o manuseio dos materiais concretos, por um lado, permite aos alunos experiências físicas à medida que eles têm contado direto com os materiais, ora realizando medições, ora descrevendo, ou comparando com outros de mesma natureza. Por outro lado, permiti-lhe também experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas.

Segundo Coll (2001), ao longo dos processos de aprendizagem aos quais o ser humano está submetido, é essencial a mediação (interação) entre aquele que aprende e aquele que ensina, sem o que a aprendizagem não se concretiza, de fato. Utilizam-se, para isso, de instrumentos e tecnologias de aprendizagens, ditos materiais didáticos, que se caracterizam como elementos reguladores entre os sujeitos do processo de ensino e aprendizagem e os conhecimentos (conteúdos) que devem ser aprendidos.

A teoria do desenvolvimento cognitivo, o construtivismo, desenvolvida pelo psicólogo suíço Jean Piaget (1896-1980), explica como o aprendizado é construído durante sua relação com objetos e pessoas. De acordo com as teorias cognitivas de Piaget, ficou evidente que a criança desenvolve melhor o seu aprendizado quando esse for iniciado do concreto para só depois partir para o abstrato, ou seja, da ação prática para a teoria.

5.3 Produção inicial

Essa etapa permitiu à professora pesquisadora avaliar os conhecimentos adquiridos e ajustar as atividades e exercícios previstos na sequência às possibilidades e dificuldades reais da turma. Além disso, ela define o significado de uma sequência para o aluno, isto é, as capacidades que devem desenvolver para melhor dominar o objeto do conhecimento em questão.

Para iniciar o trabalho, foi escrita na lousa a síntese do problema proposto, conforme apresentado no quadro abaixo.

Quadro 14 - Síntese do problema proposto

Construir uma caixa (sem tampa), utilizando uma folha de papel sulfite, do tipo A4 (cujas medidas são 297mm x 210mm), com o maior volume possível para descrever a expressão algébrica que forneça esse volume.

Fonte: A própria pesquisadora (2022)

A partir do problema exposto, coube a cada grupo fazer a leitura, a interpretação e buscar por estratégias, sem a interferência da professora. Comecei a observá-los para visualizar, nesse momento, as fases que Brousseau (2008) descreve para uma Situação Adidática, aquela em que não há interferência do professor.

Para Brousseau (1996, p. 57),

> [...] a situação adidática é representada pelo esforço independente do aluno, em certos momentos de aprendizagem. Quando o aprendiz tem dificuldades na resolução de uma situação adidática, o professor deve expressar intenção de orientá-lo no encaminhamento da resolução, caracterizando, assim, uma situação didática.

No primeiro momento, o qual Brousseau (2008) nomeia como Situação de Ação, os alunos pensaram primeiramente na composição dos grupos, após isso, cada grupo recebeu uma quantidade de folhas de sulfite e começaram a pensar nas estratégias. Entre eles (grande grupo) surgiram falas como:

- Vamos fazer uma caixa só para o nosso grupo?

- Acho melhor cada um fazer uma, assim tem mais chance de alguém acertar.

- Qual será o melhor formato?

- Acho que deve ser parecida com uma caixa de sapato!

- Quem lembra como calcula o volume?

- Acho que eu lembro! Pega a caixa e multiplica o tamanho do comprimento pelo tamanho da largura e depois multiplica pela altura da caixa.

- É mesmo, comprimento x altura x profundidade!

A partir dos diálogos acima expostos, tornou possível avaliar que a aluna que se lembrou da caixa de sapato, com formato de paralelepípedo, fez referências aos seus conhecimentos prévios. Também percebi que a maioria da turma lembrou do cálculo do volume de um paralelepípedo, não sendo necessário, nesse caso, propor uma atividade para que eles recordassem ou mesmo aprendessem sobre esse objeto de conhecimento. Por certo, um conteúdo aprendido e apreendido.

Lembrando que, volume pode ser definido como o espaço ocupado por um corpo ou a capacidade que ele tem de comportar alguma substância. O sentido que uma pessoa atribui ao conceito de volume depende dos tipos de situação que é capaz de resolver, dos conceitos e propriedades que mobiliza na resolução, bem como da maneira como lida com as representações simbólicas em jogo na situação e no processo de resolução dessas representações (SARMENTO, 2010).

Pesquisas de Barros (2002) e de Oliveira (2002) revelaram diversos tipos de erros cometidos por alunos do Ensino Fundamental relacionados à compreensão do princípio de conservação de volume. Além disso, mostraram a persistência das dificuldades conceituais em torno do conceito de volume, da distinção entre volume e capacidade, e entre outras grandezas como massa e peso. Também observaram que os alunos recorrem, na maioria dos casos, à utilização de fórmulas para calcular o volume.

Em seguida, observei o que Brousseau descreveu de Situação de Formulação, quando os alunos concordaram que cada integrante do grupo faria sua caixa, as quais teriam tamanhos diferentes para, na sequência, poderem comparar com quem fez a caixa com o "tamanho" maior e, assim, descobrirem a que "cabia" mais. Observando a busca do entendimento na produção das caixas, os alunos passaram a determinar o tamanho do corte para cada um, fato esse que pode ser constatado a partir de algumas falas selecionadas e citadas abaixo:

"Aqui nós faremos cortes nas laterais de diferentes medidas, eu com 3cm, ele com 5cm, ela com 3,5cm..."

"Para fazer uma caixa grande tem que recortar pouco papel".

"Nããão, essa medida tá boa", a professora não disse qual era o tamanho".

"Faz um vinco aqui e depois dobra".

"Vou dobrar só no comprimento".

"Esse papel não ajuda muito".

"É simples. O importante é fazer, garota.

"Tá dando certo".

"Nossa! Será que precisa colar as laterais?".

Após a "construção" das caixas pelos grupos, cada um fez o cálculo do volume da sua caixa. Com isso perceberam, ao comparar uma caixa com a outra, que nem sempre a que parecia maior ou mais alta era a que tinha o maior volume, momento esse que se torna possível explanar acerca da ocorrência da Situação de Validação, descrita por Brousseau (1996, p. 87), "Validação é a demonstração dos argumentos utilizados na resolução do problema. "O aluno não só deve comunicar uma informação como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema determinado".

Sobre o cálculo do volume os alunos, agora pensando na resposta consenso do grupo, assim se expressaram:

Aluno (Grupo 3): "Fiz um corte de 9cm, ficou bem alta, mas cabe menos que a dele que recortou 1,5cm!"

Professora: "Hum, e o que mais vocês observaram?"

Aluna (grupo 1): "Aqui fizemos com medidas diferentes, mas bem próximas, aparentemente parecem do mesmo tamanho, mas cada uma tem um volume diferente".

Aluno (Grupo 6): "A minha caixa não deu certo!".

Professora: E o que você acha que fez de errado?

Aluno (Grupo 6): "Achei que o certo era fazer uma altura maior que o comprimento, mas quando dobrei não formou uma caixa. Pode me dar outra folha para eu tentar de novo?".

Professora: "Darei! E os outros grupos, o que me dizem?".

Aluna (Grupo 4): "Nosso grupo usou medidas próximas umas das outras e também números decimais, as alturas ficaram menores pois a ideia era quanto menos papel tirar maior a caixa".

Professora: "Então o que podemos concluir? É a maior altura, o maior comprimento ou a maior largura que vai determinar o maior volume?"

Aluna (Grupo 1): "Acho que é a escolha do corte".

Professora: Concordam? Podemos fazer essa conclusão?

Aluna (Grupo 2): "Podemos dizer sim, parece que o que determina é o tamanho do corte mesmo!"

Aluno (Grupo 5): "Aqui no meu grupo, a caixa maior foi a dele, que recortou 3,8cm nas laterais".

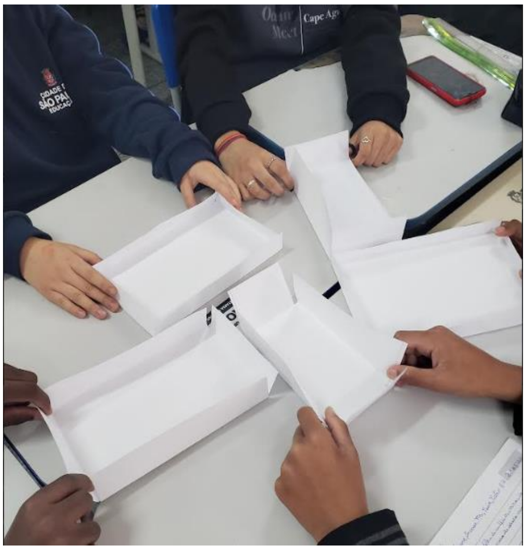
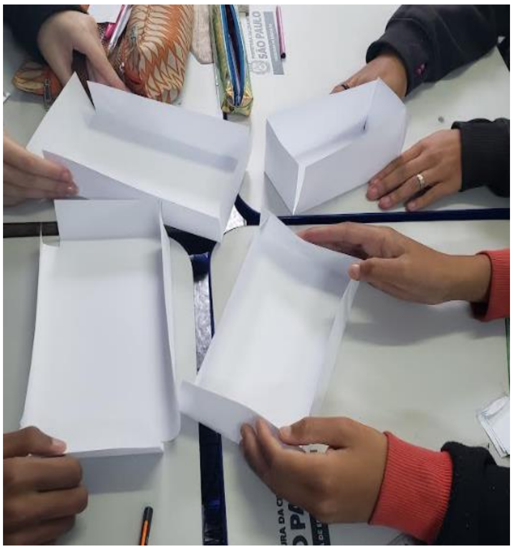
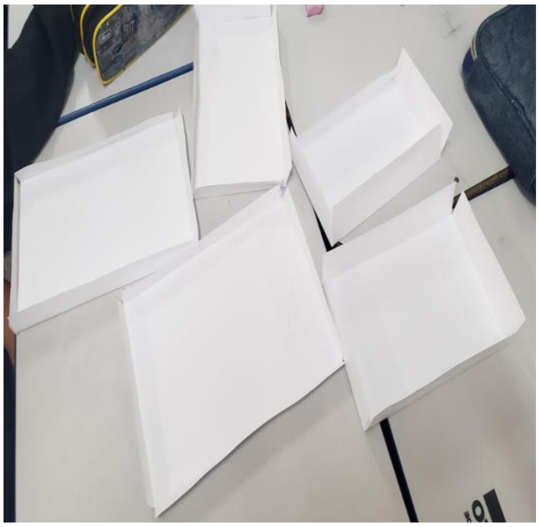
Pedi a esse aluno que o grupo apontou, que descrevesse como ele fez a sua caixa:

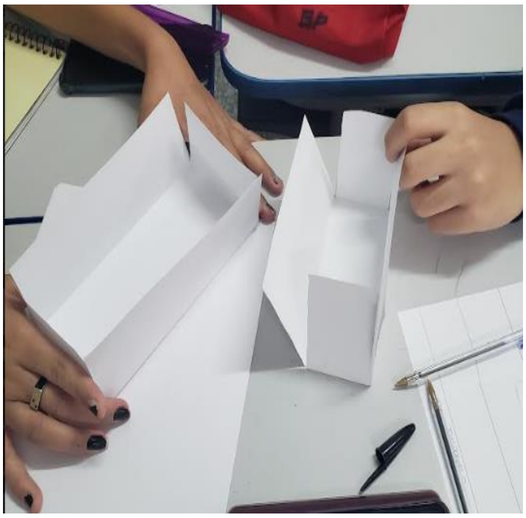
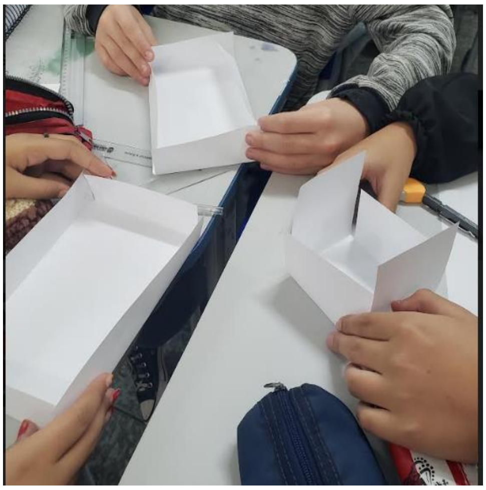
Aluno (Grupo 5): "Usei a régua e comecei pelo comprimento que é o lado maior, esse aqui, (apontou), marquei 3,8cm de cada lado. Depois fui para a largura e também marquei 3,8cm de cada lado, recortei e dobrei".

Nesse momento, todos quiseram informar, de forma espontânea, quem no grupo havia construído a caixa com o maior volume, e assim, comparando com os outros grupos, encontrar a caixa com o maior volume da sala. Após essa situação, eu, professora pesquisadora, pensei para a próxima aula, na institucionalização dessas informações trazidas pelos alunos, organizando todos esses dados.

As figuras abaixo mostram as caixas construídas pelos grupos, que Dolz e Schneuwly (2004) chamam de produção inicial.

Figura 9 - Produção inicial de cada grupo

Grupo 1  Fizeram medidas diversificadas, mas bem próximas umas das outras.	Grupo 2  Para esse grupo, quanto mais alta a lateral maior seria o volume.
Grupo 3  O grupo combinou de usar números inteiros e consecutivos como estratégia.	Grupo 4  Esse grupo usou números decimais como medidas de corte.

Grupo 5	Grupo 6
	
A estratégia também foi construir caixas com laterais altas.	Este foi o único grupo em que um dos alunos não conseguiu formar uma caixa, pois deu valores diferentes para o corte horizontal e vertical.

Fonte: A própria pesquisadora, 2022.

O objetivo principal dessa atividade inicial foi o de proporcionar aos alunos o trabalho com a linguagem algébrica (com relação ao tamanho do corte), assim como adquirirem uma compreensão da dependência entre duas variáveis e dentre elas qual é a variável dependente e qual a independente (ao determinar o volume da caixa de acordo com o corte considerado) e, assim, relacioná-las ao conceito de função.

O cálculo do volume, nesse caso, requereu o trabalho com números racionais. Devido ao tamanho da folha de sulfite A4 (297mm x 210mm), também era necessário fazer a conversão entre as medidas (de milímetros para centímetros), pois a régua utilizada como instrumento de medida é em centímetros.

Essa necessidade não foi observada por nenhum grupo, nesse primeiro momento, resultando em cálculos errados do volume das caixas que construíram, mas perceberam que para cada tamanho de corte que fizeram resultou em uma caixa diferente, podendo ser constatado quando perguntei aos grupos*:*

Professora: "Quem gostaria de explicar como 'pensou' para construir a caixa?"

Aluno (Grupo 1): "Aqui cada um fez de um tamanho diferente professora".

Aluna (Grupo 3): "Nós também! E anotamos em um papel a medida que cada um iria usar".

(Grupo 4): "Eu pensei em fazer uma caixa bem alta, mas não ia ter muito comprimento, só altura, então fiz uma espécie de retângulo na base".

Aluno (Grupo 6): "Professora, nós cortamos nos cantos uma medida igual em cada lado, mas ele cortou com medidas diferentes e não formou uma caixa quando subiu esses lados (apontou), então não deu para calcular o volume da caixa dele".

Professora*: "Quer dizer que as medidas recortadas na horizontal e na vertical devem ser as mesmas?"*

Aluno (Grupo 6): "Sim! Não dá certo se cortar medidas diferentes, as laterais não se encontram em cima".

Professora: "E qual foi a caixa com o volume maior?"

Os alunos apontaram dentro do grupo a que tinha o maior volume, depois compararam com as dos outros grupos.

Aluna (Grupo 4) "A maior da sala foi a dele (apontou) com um corte de 4cm".

Professora: "E alguém pensou como podemos escrever o volume dessa caixa, para qualquer tamanho de corte?"

Não houve respostas e decidi que era melhor buscar isso na próxima aula.

Conforme Brousseau (2008), o professor deve conduzir os discursos para um processo que busque validar as soluções para um grupo, um aluno ou toda a turma.

Para alguns pesquisadores (POZO; CRESPO, 1998; DEWEY, 2010), a aprendizagem por meio da Resolução de Problemas não é tarefa apenas do aluno, pois o professor deve mediar esse processo. É crucial que o professor não resolva os problemas e que instigue seus alunos a pensar e refletir sobre os possíveis caminhos a serem tomados.

A resolução de problemas contempla a concepção do conhecimento, visto que estimula e amplia a rede de significação dos elementos apreendidos na realidade. Estabelece uma relação de continuidade e ruptura na análise, levantamento dos dados e também na construção de hipóteses. Permite a reflexão e o pensamento crítico em todas as etapas da resolução (ANASTASIOU, 2012)

Gómez Granell (1996, p. 267) afirma que

> [...] o importante é que os alunos entendam e construam o significado dos conceitos matemáticos. Isso é, trata-se de entender o significado das operações básicas (soma, subtração, multiplicação e divisão), do número fracionário ou decimal, da proporcionalidade, das relações geométricas, das transformações algébricas, etc. Tanto nos trabalhos realizados com a

> aquisição dos conceitos como na resolução de problemas, admite-se que as crianças manifestam, desde idades muito precoces, procedimentos e formas próprias de raciocínio, de caráter não formal − portanto, diferentes daqueles que a matemática propõe e ensina na escola − que lhes permite ir construindo progressivamente, os significados matemáticos.

Prestando atenção ao tempo, conclui o assunto em discussão com um breve resumo do que foi trabalhado e, em seguida, encerrei a aula.

Vale ressaltar que, nessa dinâmica, procurei fazer uma avaliação diagnóstica, buscando entender quais os conhecimentos prévios os alunos já possuíam, para isso pautei essa avaliação nos seguintes critérios:

- Cálculo do volume.
- A necessidade da conversão de medidas da atividade.
- E na escrita da expressão algébrica.

Nas situações-problemas estão presentes a comunicação das ideias matemáticas. São elas que possibilitam aos alunos uma conexão entre as duas linguagens: a cotidiana e a simbólica.

Resumidamente, constatei que a maioria compreendeu como poderia ser feito o cálculo do volume, contudo, nenhum grupo percebeu a necessidade da conversão para a resolução do problema proposto e, ainda, estávamos muito distantes da construção da expressão algébrica que era a minha intenção.

5.4 Módulos da SD

Os módulos da SD se iniciaram a partir da produção inicial, com as atividades que os compõem e que, de acordo com Dolz e Schneuwly (2004), a sequência didática é composta por: apresentação da situação, primeira produção, construção dos módulos e produção final.

5.4.1 Análise dos resultados da atividade do módulo 1

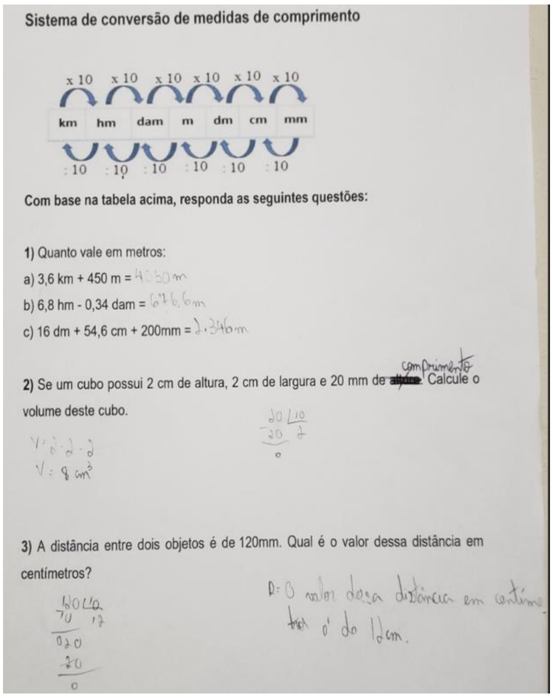
Nessa atividade trabalhou-se com a correção dos dados apresentados pelos alunos na aula anterior, o que Brousseau chama de Situação Didática de Institucionalização. O objetivo principal era fazer com que eles percebessem que as medidas deveriam ser primeiramente convertidas e os cálculos refeitos. Foi utilizada uma aula de 45 minutos, com uma atividade impressa entregue para cada grupo.

Na situação didática da institucionalização, segundo Brousseau, o professor expõe os conhecimentos relevantes levantados pelos alunos durante a validação e sua ligação com os outros conhecimentos e saberes já estabelecidos. É um resumo de todo o processo que foi construído durante o trabalho. O professor retoma parte da responsabilidade cedida aos alunos e institucionaliza o saber construído, estabelecendo um caráter mais objetivo e universal para o conhecimento.

Após ser realizada uma revisão de conversão de medidas de comprimento, os grupos responderam às questões da atividade proposta e entregaram o que foi produzido. Retomamos, na sequência, a produção inicial, com a intenção de calcular novamente o volume de suas caixas, dessa vez com as medidas da folha em centímetros. Observou-se, no geral, que os alunos entenderam a atividade e conseguiram resolver com facilidade, como mostra a Figura 10 abaixo.

Figura 10 – Respostas dos grupos para a atividade do módulo 1

Grupo 1



Sistema de conversão de medidas de comprimento

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

Com base na tabela acima, responda as seguintes questões:

1) Quanto vale em metros:

a) 3,6 km + 450 m = 4050 m

b) 6,8 hm - 0,34 dam = 676,6 m

c) 16 dm + 54,6 cm + 200mm = 2,346 m

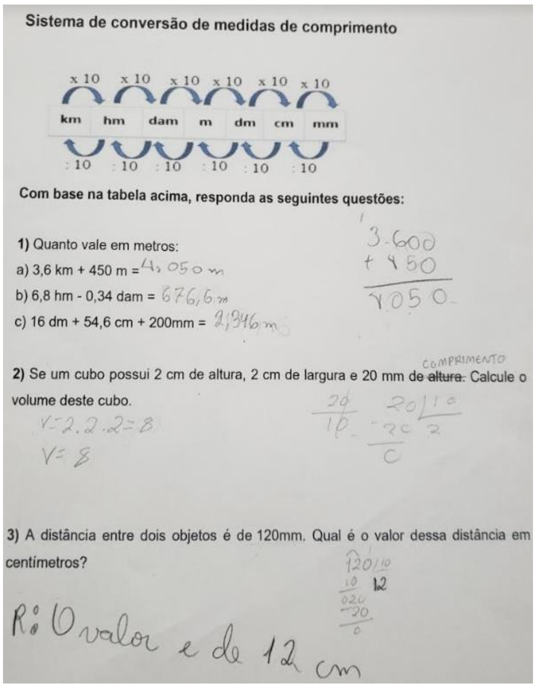
2) Se um cubo possui 2 cm de altura, 2 cm de largura e 20 mm de ~~altura~~ comprimento. Calcule o volume deste cubo.

V = 2 · 2 · 2
V = 8 cm³

3) A distância entre dois objetos é de 120mm. Qual é o valor dessa distância em centímetros?

R: O valor dessa distância em centímetros é de 12 cm.

Grupo 2



Sistema de conversão de medidas de comprimento

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

Com base na tabela acima, responda as seguintes questões:

1) Quanto vale em metros:

a) 3,6 km + 450 m = 4,050 m

b) 6,8 hm - 0,34 dam = 676,6 m

c) 16 dm + 54,6 cm + 200mm = 2,346 m

3.600
+ 450
4050

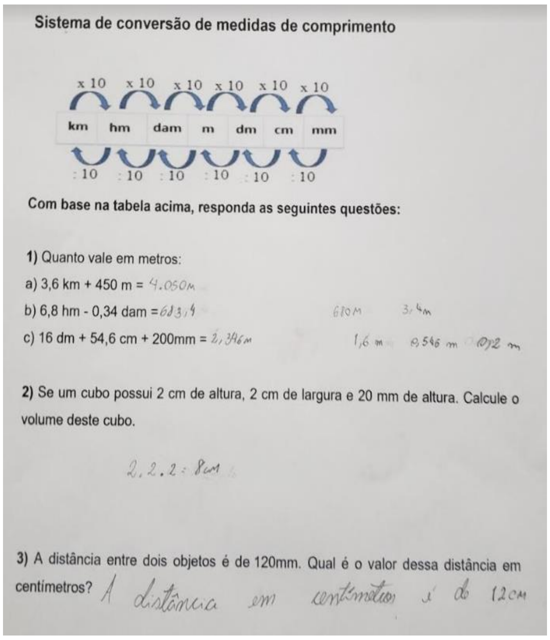
2) Se um cubo possui 2 cm de altura, 2 cm de largura e 20 mm de ~~altura~~ COMPRIMENTO. Calcule o volume deste cubo.

V = 2.2.2 = 8
V = 8

3) A distância entre dois objetos é de 120mm. Qual é o valor dessa distância em centímetros?

R: O valor é de 12 cm

Grupo 3



Sistema de conversão de medidas de comprimento

x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

km hm dam m dm cm mm

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

Com base na tabela acima, responda as seguintes questões:

1) Quanto vale em metros:

a) 3,6 km + 450 m = 4.050m

b) 6,8 hm - 0,34 dam = 683,4 680m 3,4m

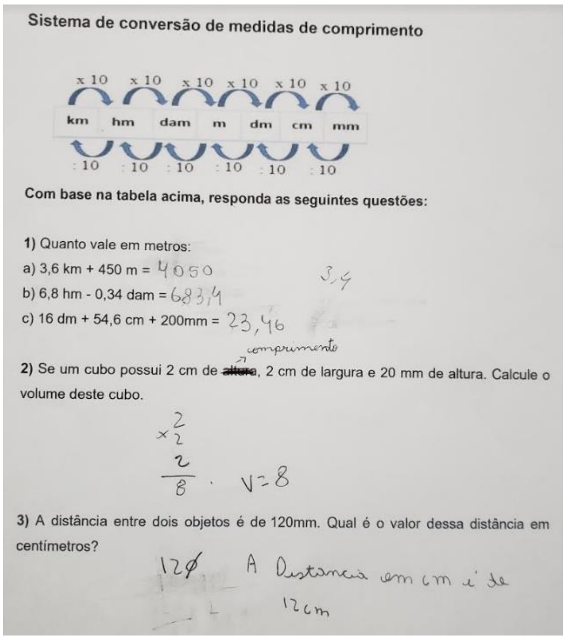
c) 16 dm + 54,6 cm + 200mm = 2,346m 1,6 m 0,546 m 0,2 m

2) Se um cubo possui 2 cm de altura, 2 cm de largura e 20 mm de altura. Calcule o volume deste cubo.

2.2.2 = 8cm

3) A distância entre dois objetos é de 120mm. Qual é o valor dessa distância em centímetros? A distância em centímetros é de 12cm

Grupo 4



Sistema de conversão de medidas de comprimento

x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

km hm dam m dm cm mm

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

Com base na tabela acima, responda as seguintes questões:

1) Quanto vale em metros:

a) 3,6 km + 450 m = 4050 3,4

b) 6,8 hm - 0,34 dam = 683,4

c) 16 dm + 54,6 cm + 200mm = 23,46

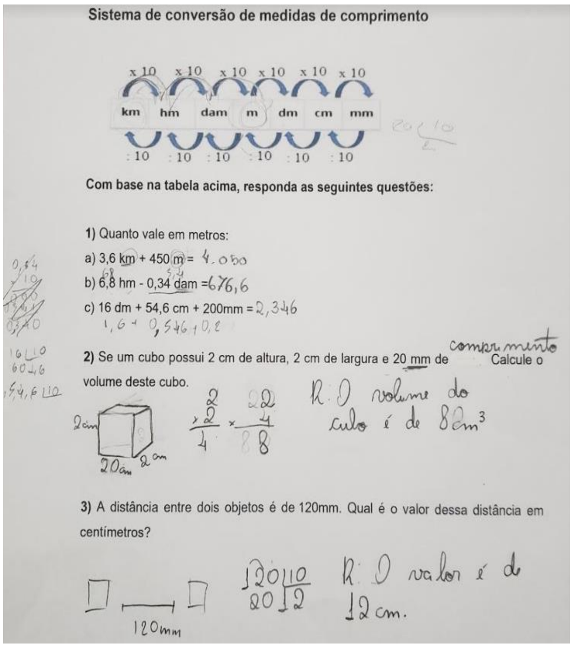
2) Se um cubo possui 2 cm de ~~altura~~ comprimento, 2 cm de largura e 20 mm de altura. Calcule o volume deste cubo.

2 × 2 = 4 × 2 = 8 . V=8

3) A distância entre dois objetos é de 120mm. Qual é o valor dessa distância em centímetros?

12~~0~~ A Distancia em cm é de 12cm

Grupo 5



Sistema de conversão de medidas de comprimento

x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

km hm dam m dm cm mm

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

Com base na tabela acima, responda as seguintes questões:

1) Quanto vale em metros:

a) 3,6 km + 450 m = 4.050

b) 6,8 hm - 0,34 dam = 676,6

c) 16 dm + 54,6 cm + 200mm = 2,346

1,6 + 0,546 + 0,2

2) Se um cubo possui 2 cm de altura, 2 cm de largura e 20 mm de comprimento. Calcule o volume deste cubo.

2 × 2 = 4 × 2 = 8

R: O volume do cubo é de 8cm³

2cm 20cm 2cm

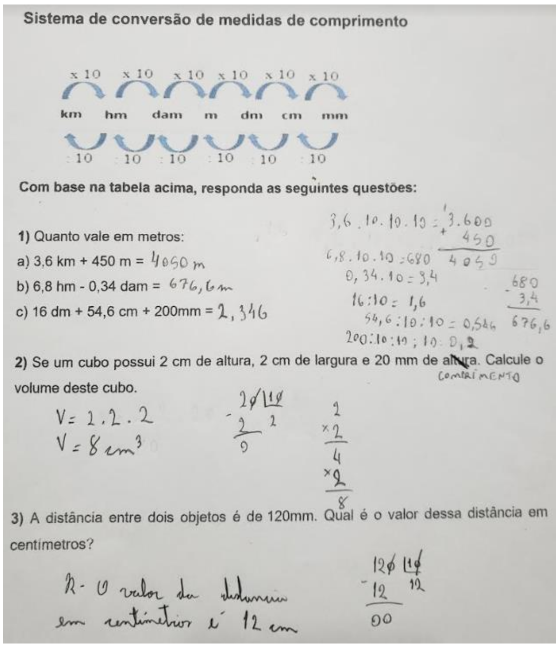
3) A distância entre dois objetos é de 120mm. Qual é o valor dessa distância em centímetros?

120|10 = 12

R: O valor é de 12 cm.

120mm

Grupo 6



Sistema de conversão de medidas de comprimento

x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

km hm dam m dm cm mm

: 10 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10

Com base na tabela acima, responda as seguintes questões:

1) Quanto vale em metros:

a) 3,6 km + 450 m = 4050 m

b) 6,8 hm - 0,34 dam = 676,6m

c) 16 dm + 54,6 cm + 200mm = 2,346

3,6 . 10 . 10 . 10 = 3.600 + 450 = 4050

6,8 . 10 . 10 = 680

0,34 . 10 = 3,4

680 - 3,4 = 676,6

16 : 10 = 1,6

54,6 : 10 : 10 = 0,546

200 : 10 : 10 : 10 = 0,2

2) Se um cubo possui 2 cm de altura, 2 cm de largura e 20 mm de ~~altura~~ comprimento. Calcule o volume deste cubo.

V = 2.2.2

V = 8cm³

20|10 = 2

2 × 2 = 4 × 2 = 8

3) A distância entre dois objetos é de 120mm. Qual é o valor dessa distância em centímetros?

R- O valor da distancia em centimetros é 12 cm

120|10 = 12

Fonte: A própria pesquisadora (2022)

Importante ressaltar que toda metodologia de construção do conhecimento perpassa pelo processo avaliativo que se caracteriza como a ferramenta que elucidará o educador quanto ao real aprendizado.

A ação educativa há de ser um contínuo planejar interativo, sem imposições de diretrizes, mas de propostas. Uma ação que promoverá a justa adequação à realidade educativa de cada instituição escolar, que possibilitará aos educandos transporem todos os muros que surjam em sua caminhada de aprendizados.

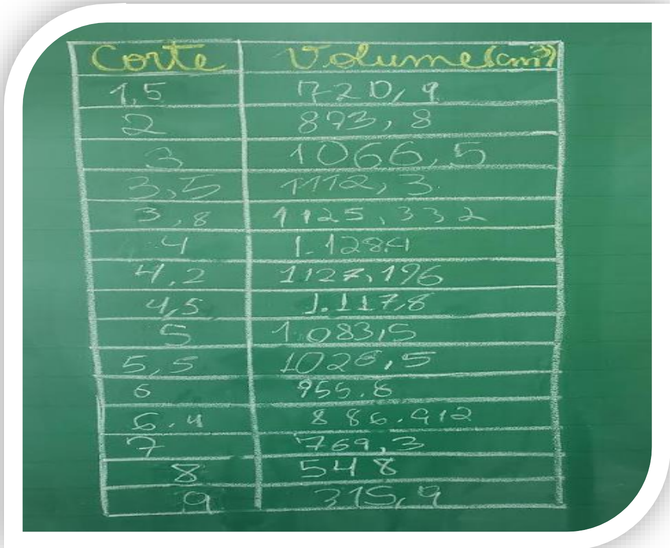
5.4.2 Análise dos resultados da atividade do módulo 2

Para o desenvolvimento dessa atividade foram utilizadas duas aulas de 45 minutos cada, finalizando, assim, as aulas da semana. O objetivo agora é fazer com que os alunos visualizassem que para cada corte feito tínhamos um volume diferente e percebessem quais foram os cálculos que realizaram para chegar àqueles resultados, buscando, assim, a relação entre esses cálculos e a expressão algébrica para o volume da caixa.

Para estabelecer um comparativo entre os novos valores, sugeri que fizéssemos uma tabela na lousa, com todas as medidas encontradas pelos grupos para, assim, facilitar a visualização dos tamanhos de cortes feitos e os respectivos volumes que eles forneciam.

A Figura 11 apresenta a construção dessa tabela, de forma coletiva, na qual cada aluno acrescentou o valor que encontrou, em ordem crescente, sem repetir os resultados iguais aos de outros grupos.

Figura 11: Comparativo entre o tamanho do corte e volume que resultou.



Corte	Volume (cm³)
1,5	720,9
2	873,8
3	1066,5
3,5	1112,3
3,8	1125,332
4	1.128,4
4,2	1127,196
4,5	1.117,8
5	1.083,5
5,5	1028,5
6	955,8
6,4	886,912
7	769,3
8	548
9	315,9

Fonte: A própria autora 2022.

Finalizada a construção da tabela, eu, professora pesquisadora, e os alunos iniciamos as discussões, conforme pode-se observar a partir da leitura dos diálogos abaixo.

Professora: "Gostaria que vocês me explicassem como foi que chegaram a esses resultados".

Aluno (Grupo 4): Professora o meu corte foi de 1,5cm, a folha tinha 29,7cm de comprimento, então menos 1,5 de cada lado ficou com 26,7. De largura a folha tinha 21cm, depois do corte ficou com 18cm, aí foi só multiplicar tudo 26,7x18x1,5=720,9".

Aluno (Grupo 5): "Eu recortei 9cm de cada lado das pontas, então no comprimento ficou 29,7-18, na largura ficou 21-18 e a altura é 9. Multiplicando tudo deu 315,9, mas foi o menor volume!

Professora: "Alguém mais quer compartilhar como fez?"

Aluna (Grupo 3): Fiz assim também, meu corte foi de 5cm então tirei 10cm do comprimento, 10cm da largura e a altura é o próprio corte, então 19,7x11x5=1083,5.

Professora: "Ok, e agora olhando para a tabela o que vocês perceberam?"

Aluna (Grupo 3): "Depois do 4, para baixo, começa a diminuir".

Professora: "E do 4 para cima?"

Aluna (Grupo 2): "Estão todos menores que o volume do corte igual a 4".

Professora: "E o que vocês concluem?"

Aluno (Grupo 3): "Cortar com 4cm é melhor"

Aluno (Grupo 1): "Que o corte com 4cm fornece o maior volume".

Professora: "Então encontramos o maior volume?"

Aluna (Grupo 5): "Sim, o 4".

Professora: "Todos concordam?"

Aluno (Grupo 2): "Não! Será que o corte de 4,1cm não seria maior professora?"

Professora: "O que acham da pergunta do colega?"

Aluna (Grupo 5): "É pensando assim, tem o corte de 4,2 cm o de 4,3cm e o de 4,4cm que ninguém usou".

Aluno (Grupo 2): "Se calcularmos com 4,1cm e o volume continuar aumentando temos que calcular com 4,3cm e assim por diante".

Professora: "Então vamos calcular?"

Alunos: "Nossa! Vamos".

Professora: "Me ajudem a organizar esse cálculo, passo a passo. Vou colocar aqui na lousa 29,7 que aqui diremos que é o comprimento, e agora?

Aluno (Grupo 1): "tira 4,1cm de cada lado".

Professora: "Então fica 29,7- 4,1 - 4,1 para o comprimento, e a largura?

Aluno (Grupo 1): "É 21cm e tira 4,1 de cada lado também.

Professora: "Então fica 21- 4,1- 4,1 certo?

Aluna (Grupo 1): "Sim!"

Professora: "O que falta?

Aluno (Grupo 3): "A altura que é 4,1".

Professora: "Ok! Para organizar tudo vou usar os parênteses, (29,7- 4,1 - 4,1) vezes (21- 4,1- 4,1) vezes 4,1. Calculem".

Prontamente, os grupos começaram o cálculo utilizando um corte de 4,1cm e perceberam que o volume continuava menor do que o corte de 4cm.

Professora: "Qual é o valor? Alguém já fez?"

Aluno (Grupo 2): "21,5 vezes 12,8 vezes 4,1 que é igual a 1128,32. Continua menor do que o corte de 4cm, a diferença é bem pouca!

Professora: "Olhando a tabela, posso dizer que o valor do volume é sempre o mesmo?"

Aluna (Grupo 1): "Claro que não professora, olha ai quantos valores diferentes tem na tabela".

Aluno (Grupo 3): "Não professora, ele muda sempre que muda o x".

Aluna (Grupo 2): "Não, se o x muda o volume muda também".

Professora: "O que você quer dizer quando diz que o valor de x muda?"

Aluna (Grupo 2): "É assim, para x igual a 1,5 o volume dá 720,9, para x igual a 2 o volume dá 873,8 e assim por diante".

Professora: "Posso dizer então que o valor de x varia ao invés de dizer que o valor de x muda?"

Aluno (Grupo 2): "Pode, e o volume também, ele varia".

Professora: "Ah, então x e volume são variáveis?"

Aluno (Grupo 5): "Isso!"

Professora: "E pra se chegar no valor do volume vocês precisam do que?"

Aluno (Grupo 3): "Do valor do x".

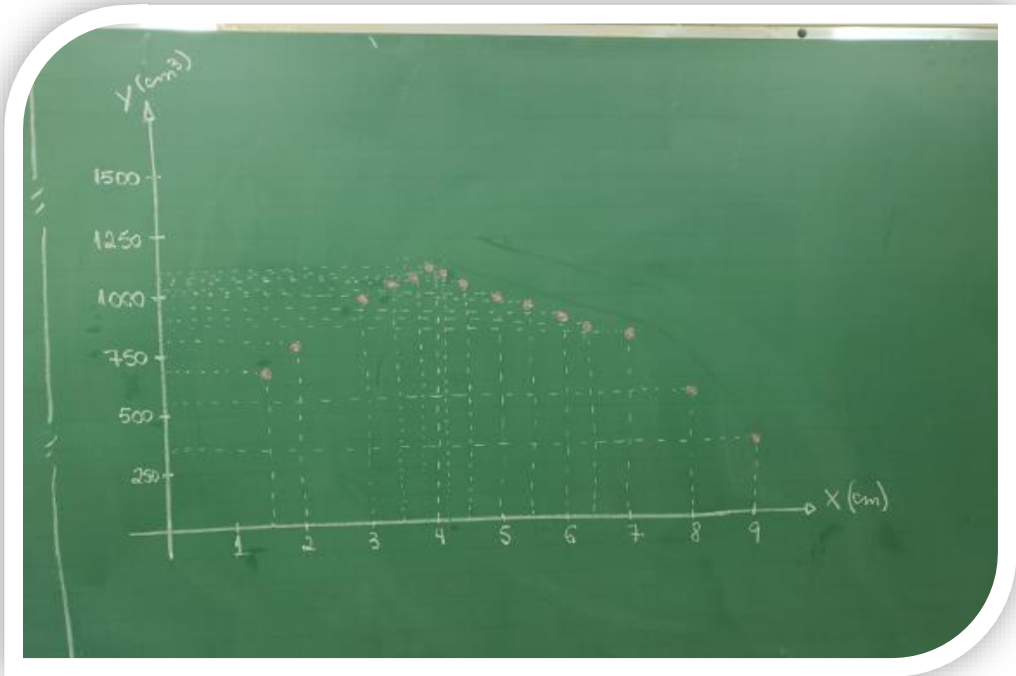
Professora: "Posso dizer então que o volume depende do valor do x?"

Aluno (Grupo 2): "Sim professora, pois sem ele (valor do x), não dá pra calcular o volume".

Professora: "Já que temos a tabela pronta vamos construir o gráfico cartesiano na lousa pra ver como fica".

Passamos para a construção do gráfico, atividade que os alunos já haviam feito quando tratamos de equação do 1º grau. Relembramos o plano cartesiano e os pares ordenados (x, y), combinando que o corte seria o x e o volume chamaríamos de y. Abaixo segue o esboço desse gráfico.

Figura 12 - Gráfico cartesiano do volume da caixa



Fonte: A própria pesquisadora (2022).

Os diferentes cortes feitos pelos alunos nessa atividade permitem concluir que os alunos perceberam, nesse momento, que existe uma relação de dependência entre as grandezas corte e volume, ficando claro ao analisarmos a pergunta da professora "*Posso dizer então que o volume depende do valor do x?" e a resposta do aluno "Sim professora, pois sem ele (valor do x), não dá pra calcular o volume".*

Como descreve Usiskin (1994), na situação descrita anteriormente, a concepção da álgebra é a de estudo de relações entre grandezas, ou seja, para cada valor de x (corte - parâmetro) é fornecido um valor de volume (argumento), assim x é a variável independente e o volume é a variável dependente. Como para cada x há um único valor de volume, então temos a noção de função.

Segundo a BNCC (2017, p.270):

> A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.

É essencial entender que nem tudo é função, mas o conceito é um dos mais importantes em toda a matemática. O trabalho com modelagem é uma prova de que o uso de funções pode ser encontrado nessa atividade. Por outro lado, um modelo de trabalho que privilegia atividades repetitivas e rotineiras sem qualquer estímulo à criação e à investigação não desperta o interesse dos alunos em buscar soluções. Uma boa situação problema pode representar a mudança para uma nova proposta de ensino e aprendizagem, voltada para o desenvolvimento de alunos criativos, reflexivos e inventivos.

É preciso levar em conta que “ensinar é favorecer a que alunos e alunas, individualmente ou em grupos, tomem o controle e a responsabilidade de seu próprio conhecimento, da evolução do mesmo, e da sua relação com a tomada de decisões práticas em sala de aula” (PORLÁN, 1997, p. 110). Se aprende quando se relaciona e se estabelece vínculos, unindo o que estava solto e disperso, integrando-o a um novo contexto e dando-lhe significado (MORAN, 2000).

Ao final da aula solicitei que para o próximo encontro eles refletissem sobre todo o processo desenvolvido e como poderíamos escrever uma expressão algébrica que representasse esse volume.

5.4.3 Análise dos resultados da atividade do módulo 3

O foco dessa atividade era alcançar a expressão algébrica do volume da caixa. Para isso, foram necessárias 2 aulas, seguidas, de 45 minutos cada. Houve uma retomada da aula anterior, relembrando um pouco dos resultados da tabela construída com todos os valores encontrados e repassando que o corte ideal é o de 4cm. Solicitei que os alunos, em grupo, refletissem sobre os cálculos que haviam realizado e pensassem em uma expressão algébrica para representar esse cálculo.

Os alunos começaram as discussões e algum tempo depois começaram a expor suas ideias, depois que abri as discussões:

Professora: "Pessoal, alguém quer expor o que pensou?"

Aluno (Grupo 4): "Professora é só trocar o 4 por uma letra, nosso grupo chamou de x e ficou 29,7 – x - x; 21- x - x e x aí é só multiplicar".

Professora: "E -x -x como podemos representar? Alguém lembra?

Aluna (Grupo 5): "2x"

Aluno (Grupo 1): "Não! Acho que é -2x eles são negativos".

Aluno (Grupo 5): "Também acho que é -2x, quando usei o corte de 9cm de cada lado, tirei 18cm do total, então tem que tirar 2x e tirar é menos".

Aluna (Grupo 2): "Eu pensei nas expressões algébricas que já tínhamos feito antes, sempre tem letras, então troquei o valor do corte pela letra e ficou 29,7 - 2x vezes 21 -2x".

Professora: "Mas, quantas dimensões precisamos para calcular o volume?".

Aluna (Grupo 2): "Ah é verdade, são três!"

Professora: "E qual foi a que faltou?"

Aluno (Grupo 2): "A altura, que é x. Então fica 29,7 - 2x vezes 21 -2x vezes x".

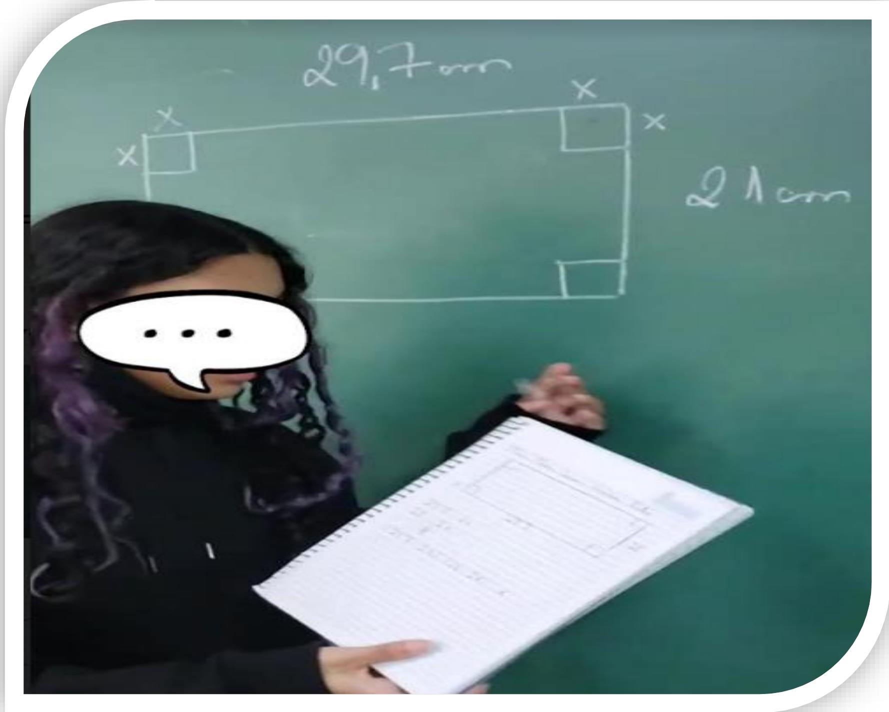
Professora: "Algum grupo pensou diferente?"

Aluna (Grupo 5): "Professora posso fazer na lousa o desenho que fizemos?"

Professorai: "Claro!"

A aluna se dirigiu até a lousa e mostrou a resolução do seu grupo, como mostra a Figura 13 abaixo.

Figura 13 - Resposta dada pela aluna (grupo 5)



Fonte: A própria autora 2022.

Aluno (Grupo 1): “O meu grupo pensou assim: pensando que não sabemos ainda o valor da letra, que também chamamos de x, nós calculamos 29,7 vezes 21 e pegamos o resultado e subtraímos 4x, ficando 623,7 – 4x”.

Professora: “O que acharam da resolução desse grupo?”

Aluno (Grupo 2): “Acho que está errado, falta x aí!”

Professora: “O que fazer para ver se dá certo calcular assim como esse grupo fez?”

Aluna (Grupo 5): “No lugar do x coloca o 4 e calcula para ver se dá 1128,4cm³”.

Aluno (Grupo 6): “Mas não precisa só colocar o 4 no lugar do x, pode ser qualquer valor da tabela que nós fizemos, tem que dar o valor do volume que encontramos”.

Professora: “Isso mesmo! Calculem com o x igual a 4, só para conferirem”.

Aluna (Grupo 1): Ficou 623,7 – 16, que é igual a 607,7, deu errado!

Professora: “Muito bem pessoal! Vocês encontraram a expressão algébrica! Organizando o que me disseram, ficou assim: V = (29,7 – 2X). (21 – 2X). X, e o volume é máximo para X=4”.

Alcançado o objetivo proposto para essa sequência, que era a escrita da expressão algébrica para o volume da caixa e a percepção da dependência entre o corte feito nas laterais da folha e o volume da caixa, trabalhando assim a noção de função, passamos para a próxima etapa, a produção final. Nela os alunos retornam à produção inicial possibilitando que coloquem em prática as noções e os instrumentos elaborados, separadamente, nos módulos.

5.5 Produção Final

A produção final é o momento em que o estudante poderá refletir sobre a produção inicial, adequando-a de acordo com o que foi trabalhado durante todo o processo da sequência didática. Essa produção final também permite ao professor realizar uma avaliação somativa, pois esse tipo de avaliação gera informações sobre todo esse processo, propiciando reflexões sobre os resultados e direcionando ações que visem a melhoria da aprendizagem.

Foram utilizadas 2 aulas sequenciais de 45 minutos cada, em que começamos fazendo a revisão de tudo o que foi produzido durante as aulas anteriores. Na sequência, os estudantes formaram os grupos e antes de começarem a produção das caixas promovi um diálogo com a turma. Relato abaixo algumas falas desse momento:

Professora: “Como vocês irão iniciar a construção das caixas?”

Aluno (Grupo 2): “Acho que agora podemos fazer só uma caixa para o grupo, pois já sabemos que devemos recortar 4cm”.

Aluna (Grupo 2): “Mas acho que vamos precisar de muitas caixas para organizar as prateleiras”

Aluna (Grupo 5): “Verdade só tem 6 grupos, se cada grupo fizer uma faltará caixa”.

Aluna (Grupo 4): “Gente, encontrei um jeito de deixar abas internas para colarmos as laterais”.

Nesse momento resolvi intervir pedindo que a aluna explicasse como ela pensou:

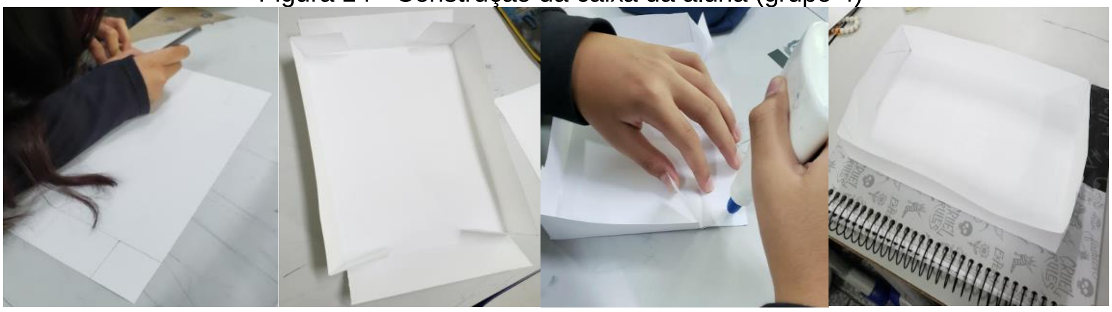
Professora: “Você pode nos contar como você se faz isso?”

Aluna (Grupo 4): “Assim, a gente marca os 4cm de cada lado, traça os quatro quadrados que se forma nas pontas da folha mas não recorta tudo, corta só um dos *lado do quadrado para que ao dobrar fiquem para dentro e nós podemos colar e montar a caixa. Vou fazer uma para a senhora ver!"*

Ao terminar a caixa eu pedi que ela fosse à frente da sala e mostrasse a todos, indo ao encontro dos estudos de Macena Junior *et al.* (2021, p. 900) quando defendem em seu estudo que o professor "desempenha o papel de trabalhar com seus alunos, dentro do ambiente escolar, o lado racional do ser humano, levando sempre em consideração o lado emocional". Para que esse ambiente seja harmônico e seus participantes tenham um bom relacionamento, os autores referem que esse ambiente "deve ser alegre, agradável, realizador, confortável e gratificante, para todos aqueles que nele interagem, distanciando-o da realidade de um ambiente gerador de ansiedade, estressante, que cause insegurança e medo". Exatamente a ambientação que existia no momento em que solicitei a aluna que apresentasse seu trabalho para a classe como um todo.

A Figura 14 mostra o processo de construção dessa aluna.

Figura 14 - Construção da caixa da aluna (grupo 4)



Fonte: A própria pesquisadora (2022)

Após esse diálogo, os grupos continuaram confeccionando suas caixas. Outra aluna me chama para mostrar que também encontrou outra maneira de fechar a caixa.

Aluna (Grupo 3): "Professora vem ver! Assim também dá para colar as laterais! Vi uma caixa parecida em algum lugar, mas não lembro aonde.

Professora: Que legal! Como você fez?

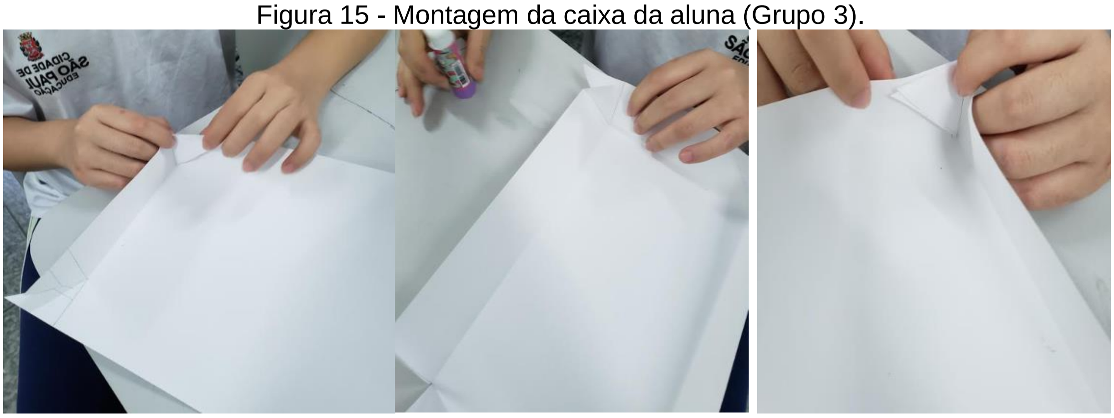
Aluna (Grupo 3): "Marquei os 4cm nas laterais, formando 4 quadrados, recortei na diagonal desses quadrados, fiz as dobras na caixa e colei.

Professora: "Muito bem! Você pode passar pelos outros grupos mostrando o que fez?".

Aluna (Grupo 3): "Posso!"

A aluna passou pelos grupos toda satisfeita, explicando como fez. Aqui cito os ensinamentos de Freire (1996, p. 159), para demonstrar o quanto é relevante que, ao trabalhar com alegria, o professor contribui "não só para o desenvolvimento intelectual de seu aluno, mas trabalha também o emocional, com o seu entusiasmo e desejo em transformar e mudar as crianças". Uma mudança que lhes proporcionará "uma vivência escolar [....] tal, que as crianças associarão a aprendizagem com a alegria e o afeto". A satisfação no olhar da aluna me reportou a esse ensinamento freireano. A Figura 15 traz o corte e montagem da caixa, feita pela aluna (Grupo 3).

Figura 15 - Montagem da caixa da aluna (Grupo 3).



Fonte: A prória pesquisadora (2022).

A produção final das caixas ocorreu de forma bem mais rápida do que a produção inicial. A produção final, no entendimento de Tortelli (2017, p. 37), "dá ao aluno a possibilidade de pôr em prática as noções e conteúdos desenvolvidos". Agora eles já sabiam como fazer suas caixas e também podiam escolher como fechar as laterais delas. O resultado podemos ver na Figura 16 abaixo.

Figura 16 - Produção final dos alunos

Fonte: A própria pesquisadora (2022).

Para solucionar um problema vivenciado na sala de aula, os alunos se mobilizaram de forma pro ativa, mostraram interesse pela atividade e pela organização da sala de aula. Finalizamos a aula com a organização das peças dos jogos e materiais que estavam espalhados pelas prateleiras, como mostra a Figura 17.

Figura 17 - Utilização das caixas para organizar a sala de aula.

Fonte: A própria pesquisadora (2022).

Um dos grupos fez a comparação entre a caixa da produção inicial com a caixa da produção final. A Figura 18 mostra esse momento.

Figura 18 - Comparação entre a caixa inicial e a final

Fonte: A própria pesquisadora (2022).

A troca de experiências obtida da parceria entre professora e alunos gerou efeitos importantes, tanto em sua autoestima quanto em seu desenvolvimento, o que afirma a explicação de Abdala e Moreno (2019, p. 4) para quem o ser humano vive uma “diversidade de configurações do conhecimento e do saber”. Portanto, torna-se necessário que o professor se reconheça como aquele que não somente mostra um determinado saber, mas que seja o mediador, tornando o estudante criador dos seus conhecimentos. Que seja um espaço de práticas e experimentações constantes. Inovar, transformar e reinventar. Inovar, no entendimento de Chibas *et al.* (2013, p. 16), “representa gerar, desenvolver e implantar ideias ou procedimentos novos”.

Dessa forma, compreendo que ao longo dessa jornada de construção de conhecimento entre eu, professora pesquisadora, e meus alunos, inovei, transformei e reinventei novas formas de ensinar aos meus alunos, ao utilizar uma Sequência Didática, construída ao longo de todo o processo e que partiu de uma situação problema vivenciada na sala de aula.

6 O PRODUTO

Ensinar é um ato complexo e, para obtenção de resultados expressivos, se faz necessário que múltiplos fatores atuem em busca de um objetivo em comum. Regras exatas inexistem e nem fórmulas mágicas ou infalíveis se apresentam. Torna-se extremamente necessário compreender que alunos são diferentes bem como as situações de sala de aula são deveras imprevisíveis. A minha experiência durante o processo da presente pesquisa ratificou esse meu pensamento.

No entendimento de Maturana e Rezepka (2000, p.11-12) “a tarefa de formação humana é o fundamento de todo processo educativo, já que só se esta se completar é que a criança poderá viver como um ser socialmente responsável e livre” e somente assim o educando será:

> [...] capaz de refletir sobre sua atividade e seu refletir, capaz de ver e corrigir erros, capaz de cooperar e de possuir um comportamento ético, que não desaparece em suas relações com os outros porque não dependerá da opinião dos outros não buscando sua identidade nas coisas fora de si.

Importante ressaltar que toda forma de saber ocorre na simbiose entre educador e educando, em uma relação na qual ambos aprendem um com o outro, pois a cognição se encontra em todos os campos de atuação humana.

Desse modo, a aprendizagem do aluno não é responsabilidade somente dele, mas de fatores diversos, entre eles, sua motivação e a intervenção do professor. Quando existe, de fato, o ajuste entre professor e aluno, a aprendizagem acontece de forma progressiva, contínua e significativa (HAYDT, 2011). Segundo Deese (2005, p. 209), “diferentes níveis de motivação provocam diferentes efeitos na quantidade de aprendizagem”.

O professor tem a tarefa de estimular os alunos durante a sua intervenção em sala de aula, ajudando-os a transformarem a curiosidade existente em cada um – a vontade de descobrir o novo – em um esforço cognitivo e a passar do conhecimento confuso, fragmentado, a um saber organizado e preciso (HAYDT, 2011).

Percebe-se, desse modo, que o professor acaba por ser atingido nessa relação, pois ele também aprende com o seu aluno, na medida em que compreende, percebe e sente o mundo. Assim, ele pode rever comportamentos, retificar e ratificar opiniões, desfazendo preconceitos e mudando as suas atitudes e a dos alunos. Nesse processo interpessoal é que se instaura o diálogo entre educador/educando. De um lado, o professor com seu saber científico que será ensinado da forma mais significativa possível aos seus alunos, com uma metodologia que propicie a aprendizagem. Do outro lado, está o aluno com seu saber ainda difuso, pois ele não se encontra sistematizado, mas já se encontra com os valores socioculturais do grupo ao qual faz parte e com muita expectativa em relação à escola e à vida (SAVIANI, 2012).

A ação educativa há de ser um contínuo planejar interativo, sem imposições de diretrizes. Uma ação que promoverá a justa adequação à realidade educativa de cada instituição escolar, que possibilitará aos educandos transporem todos os muros que surjam em sua caminhada de aprendizados.

Todo esse processo está relacionado com a forma com que o professor estrutura e organiza a atividade de estudo. Ele deve investigar o aspecto nuclear do objeto, em que se encontram as relações fundamentais de sua gênese e historicidade, caracterizando o princípio geral do objeto de estudo. Assim, o professor consegue organizar a atividade de modo que o aluno realize abstrações e generalizações, tornando-se capaz de utilizar as relações gerais do objeto na análise e solução de problemas específicos que o envolvam (LIBÂNEO; FREITAS, 2013).

O professor precisa planejar situações de sala de aula e, segundo Libâneo (1994, p. 222):

> [...] a ação de planejar, portanto, não se reduz ao simples preenchimento de formulários para controle administrativo; é antes, a atividade consciente de previsão das ações docentes, fundamentadas em opções político-pedagógico, tendo como referência permanente as situações didáticas concretas, isto é, a problemática social, econômica, política e cultural que envolve a escola, os professores, os alunos, os pais, a comunidade, que interagem no processo de ensino.

Mas planejamento não significa que tudo dará certo. Sala de aula é como um laboratório, um espaço para experiências com erros e acertos. Nela é possível desenvolver situações didáticas e adidáticas, situações essas em que ocorrem o domínio do conhecimento, o conhecimento prévio do aluno, o papel do professor e dos seus alunos. E tudo pode acontecer, inclusive o imprevisível.

Com a realização da pesquisa *Expressões Algébricas e a Noção de Função nos Anos Finais do Ensino Fundamental: a construção de uma sequência didática*, constatamos que o trabalho com sequências didáticas, pautadas na Teoria das Situações Didáticas, é uma prática pedagógica que pode contribuir para o planejamento do professor e para a aprendizagem dos alunos.

Vale ressaltar que os procedimentos de ensino utilizados no presente estudo pressupõem um planejamento constante e a participação colaborativa de todos os envolvidos – alunos e professora. Além disso, permitiu representar um modo diferente de apresentar os objetos de ensino e de analisar os resultados (produção final). Pode-se retomar dificuldades que foram evidenciadas e, acima de tudo, conduzir os alunos à autoavaliação em relação ao trabalho que foi realizado, tanto em grupo quanto individualmente.

Fazer retrospectos é uma ferramenta importante para os alunos entenderem o que precisa melhorar e quais comportamentos foram positivos, gerando uma conscientização muito importante para o processo de aprendizagem, uma vez que evidencia ao aluno as mensagens enigmáticas entre o resultado pretendido e o real, oportunizando motivação para a mudança. As retomadas visam o desenvolvimento das competências e das habilidades dos estudantes. Não é momento para críticas, mas para reflexão e construção.

Nesse contexto, o professor de Matemática não pode ficar indiferente aos novos métodos e técnicas que podem ser introduzidos no ensino decorrentes do aparecimento de novas abordagens. É pertinente analisar a forma como o ensino matemático se apresenta em nossas escolas. O aluno aprende mais quando lhe é permitido fazer relações, experiências e ter contato com material concreto.

Com os resultados do estudo, temos como proposta de produto a elaboração de um material de apoio para os objetos de ensino “expressões algébricas” e a “noção de função” nos anos finais do Ensino Fundamental.

A intenção é, a partir do estudo feito, sugerir diferentes formas de apresentação da unidade temática “Álgebra”, especificamente o trabalho com expressões algébricas, por meio das sequências didáticas. Importante lembrar que as sequências didáticas terão como referência os estudos de G. Brousseau (2008) e Dolz e Schneuwly (2004). São atividades construídas e pensadas para que o aluno participe do seu processo de aprendizagem.

Na primeira parte do produto, a intenção é apresentar as contribuições dos estudos de G. Brousseau (2008) no campo do ensino da Matemática e da sequência didática dos estudos de Dolz e Schneuwly (2004) no campo dos gêneros textuais. Em seguida, descreveremos uma experiência realizada em sala de aula com a intenção de evidenciar a importância da situação adidática, da primeira produção e da avaliação diagnóstica no processo de construção de conhecimento do pensamento algébrico. Por último, a título de conclusão, há a intencionalidade de compartilhar os principais desafios enfrentados no trabalho pedagógico desenvolvido em sala de aula e exemplificar como a situação adidática é construída. A intenção é organizar um material de apoio para o professor no formato de *e-book*.

Vale ressaltar que dois aspectos também serão valorizados no material que produziremos: a questão da avaliação e os registros do professor.

A escola e o mundo do século XXI necessitam cada vez mais que a avaliação não seja meramente um instrumento que conceda notas e que reduza o processo avaliativo que apenas certifique os promovidos e os retidos. Ao contrário, a intencionalidade da avaliação necessita ser a de contribuir para que os alunos cada vez mais se compreendam como partícipes do processo de escolarização. Tanto a Teoria das Situações didáticas de Brousseau (2008) quanto a Sequência Didática de Dolz e Schneuwly (2004) trabalham numa vertente que valorizam a avaliação processual numa perspectiva da inclusão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para concluir a elaboração dessa pesquisa, muitas questões decorrentes se apresentam como proposição de outras discussões sobre as temáticas aqui trabalhadas. Isso acontece devido ao fato de que as análises teóricas, as reflexões e as práticas desenvolvidas desencadeiam novo processo de reflexão sobre a atividade de ensinar Matemática capaz de gerar novas ações, novas práticas de ensino e assim sucessivamente. Reflexões e aprofundamento teóricos configuram um movimento de análise e ação permanente.

Na tentativa de responder o problema da pesquisa "Quais as contribuições da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau para o ensino da Álgebra?", iniciamos fazendo um levantamento de pesquisas na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações, do Instituto Brasileiro em Ciência e Tecnologia, selecionando cinco pesquisas e, em todas elas, notou-se a preocupação em melhorar os índices dos resultados do ensino de matemática e, para isso, trabalhar com situações que despertem o interesse dos estudantes, pois poderiam tornar a aprendizagem mais significativa.

Na sequência, com a intenção de conhecer como os documentos oficiais – os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Base Nacional Comum Curricular e o Currículo da Cidade de São Paulo – tratam do ensino da álgebra, fizemos a leitura e constatamos que as normatizações contidas nesses documentos deliberam sobre propostas curriculares para o ensino da matemática buscando oferecer um saber com sentido para o aluno. Esses documentos tornam-se poderoso instrumento para o professor em sala de aula, para que ele compreenda o encanto da matemática e o compartilhe com seus alunos. Por certo, esse foi o viés desenvolvido para elaborar os PCN, a BNCC e o Currículo da Cidade de São Paulo, instrumentos que possibilitam ao educador refletir sobre a relevância do aprendizado de matemática imbuído de sentido para a vida do aluno, e que ele possa se interconectar com as operações algébricas e seja hábil e capaz de resolver os problemas propostos. Um processo no qual o aluno constrói seu aprendizado com o auxílio de ferramentas disponibilizadas pelo professor. Ficaram perceptíveis as sugestões para o uso da resolução de problemas para o ensino da álgebra nos PCN, que destacam que é por meio de situações-problema que o aluno terá ferramentas para reconhecer as diferentes funções da Álgebra (BRASIL, 1998) e sua meta é garantir aos estudantes conhecimentos necessários para o exercício da cidadania. Já a BNCC e o Currículo da Cidade consideram também a sociedade tecnológica, propondo o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias para o desenvolvimento do aluno, dando à Álgebra o destaque devido, ampliando seu compromisso com o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, que deve ser trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Por último, desenvolvemos e aplicamos uma sequência didática pautada na Teoria das Situações didáticas de G. Brousseau, com a concepção de sequência didática de Dolz e Schneuwly, para tratar de ensino e aprendizagem de expressões algébricas e a noção de função. Constatamos que o trabalho com sequências didáticas é uma prática pedagógica que pode contribuir para o planejamento do professor e para a aprendizagem dos alunos. Vale ressaltar que os procedimentos de ensino utilizados no presente estudo pressupõem um planejamento constante e a participação colaborativa de todos os envolvidos – alunos e professora. Além disso, permitiu representar um modo diferente de apresentar os objetos de ensino e de analisar os resultados (produção final). Pode-se retomar dificuldades que foram evidenciadas e, acima de tudo, conduzir os alunos à autoavaliação em relação ao trabalho que foi realizado tanto em grupo quanto individualmente. A etapa do último momento pedagógico, aquele ligado ao processo das generalizações, descrito na Teoria das Situações Didáticas, ocorreu de forma diferente de aluno para aluno que visivelmente representa o resultado de um raciocínio lógico e da construção do pensamento algébrico de cada um.

Ainda sobre a TSD, percebemos que os estudantes aceitaram o contrato didático proposto e atuaram nas situações adidáticas de ação, formulação e validação. Sendo assim, a utilização da TSD na realização da sequência didática foi um fator positivo para a construção da aprendizagem dos estudantes e para a obtenção dos dados gerados para a análise. Outro fator positivo foi o trabalho em grupo, pois esse recurso trouxe um dinamismo às aulas, propiciou a confrontação de ideias e a validação dos resultados obtidos, favoreceu a interação, o fortalecimento dos vínculos entre os estudantes e entre esses e a professora e melhorou a confiança dos alunos ao diminuir o medo de expor suas ideias.

Por meio dos objetivos desta pesquisa, foi possível conhecer as concepções que os estudantes têm a respeito do pensamento algébrico, cuja visão o reduz a um assunto que dá ideia de algo muito difícil, parecendo impossível o ensino e a aprendizagem da Álgebra, porque os estudantes são introduzidos a esse objeto de ensino carregando uma “bagagem de dificuldade” para resolver problemas que envolvem traduzir da linguagem escrita para a algébrica. Entretanto, tudo isso pode ser justificado pela forma como a Álgebra tem sido ensinada com regras e processos de resolução repetitivos e sem significado para os estudantes. Quando se sabe previamente das dificuldades dos alunos é importante entender a origem do problema, mostrar as aplicações práticas da Álgebra, contextualizando, e, por fim, buscar um método que seja adequado às características desse grupo.

Um outro objetivo desta pesquisa foi identificar e analisar estratégias para o ensino de expressões algébricas e a noção de função que propiciem o desenvolvimento do pensamento algébrico. A partir daí, trabalha-se na construção do saber com a participação efetiva do aluno no processo cognitivo. A proposta foi elaborar e aplicar uma sequência didática de forma que contribuísse com o trabalho pedagógico dos professores e com a aprendizagem dos alunos a nível de sala de aula, tornando a prática pedagógica significativa. Mas é preciso um bom planejamento, porque envolve o aspecto experimental de um conteúdo específico, no caso, a Álgebra. A parte necessária já temos: o aluno, o professor e o saber, mas não podemos descartar os objetivos, os métodos e os recursos didáticos.

A aplicação de uma sequência didática é um dos caminhos para aprendizagem da Álgebra, a qual, somada com o recurso didático adequado, torna-se um potencial educativo nas aulas de Matemática. Através da sequência didática o conhecimento emerge, de modo que os problemas são entendidos como ponto de partida da atividade matemática.

O professor pesquisador

A figura do professor como pesquisador em Educação Matemática requer preparo para utilizar diferentes tecnologias e linguagens que vão além da comunicação oral e escrita, com novos ritmos de assimilação, resolvendo e propondo problemas em equipe. A contribuição desse pesquisador se destacará à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, que favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e autonomia advinda do desenvolvimento de uma trabalho gerado pela confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios.

Constatamos que o trabalho do professor pesquisador em Educação Matemática tem um caráter intelectual e completamente útil. Essa afirmação não tem caráter de descarte nem de privilégio. A pesquisa realizada por esse professor exige um conhecimento da realidade sobre a qual se vai atuar tanto no nível das finalidades, quanto no nível da própria concretização. O resultado de tudo isso consiste na transformação da visão matemática, tanto do educador como do educando, pela mediação do conhecimento.

Entendemos que o trabalho do professor pesquisador é intelectual porque exige desse profissional um trabalho prático de transformação da organização escolar da qual ele participa mediante a ação didático-pedagógica que produz.

Uma das críticas feitas à escola tradicional, em seus aspectos mais gerais, é que ela foi feita centrada no conteúdo e consequentemente no professor que o domina. Um tipo de ensino que ainda perdura e que tem como uma das suas características privilegiar a memorização e a repetição, constituindo-se, assim, como um dos grandes problemas concernentes ao ensino da matemática. Apresentação de conteúdos abstratos, em que apenas os alunos considerados "inteligentes" eram capazes de dominar, com pouca ou nenhuma ênfase nos processos da compreensão.

O uso excessivo de conteúdos abstratos é uma característica das concepções da educação matemática tradicional, cujo pressuposto é que a matemática é uma matéria que deve ser interiorizada por meio de exercícios individuais e informações vindas do professor e dos objetos em si.

Aqui cabe mais um comentário: não há nada de errado com exercícios matemáticos. Os exercícios servem para revisar conceitos, aprofundar os estudos, firmar o conhecimento acerca de fórmulas e conteúdos e, principalmente, fazer com que os alunos consolidem os saberes trabalhados em aulas para que eles sejam efetivamente aprendidos. Os exercícios têm função muito importante no aprendizado e, por isso, não podem ser excluídos das atividades de matemática. Os especialistas em Educação afirmam que é na hora da lição que o estudante desenvolve autonomia, responsabilidade, organização, entre outras competências voltadas aos estudos. Contudo, desde que não se firme apenas o ensino e sua apreensão na resolução de exercícios a partir de passos e regras formais, procedimento esse que mecaniza a obtenção de resultados e não contribui para a construção de conhecimentos.

Assim, a educação matemática é um repensar constante tanto do currículo quanto do ensino da matemática. Toda a atenção é pouca para uma nova orientação que promova a aprendizagem que requer do aluno a compreensão e o entendimento do saber fazer.

A compreensão matemática

Com relação às sequências didáticas, destaca-se sua relevância devido à sua potencialidade para o desenvolvimento do pensar matemático, da compreensão matemática, da criatividade e da autonomia do educando. Por mais cotidianas que as ações sejam, todas elas envolvem raciocínio lógico-matemático em diferentes graus de complexidade, por isso a matemática é importante, ela está em tudo.

Nós acreditamos que todos os cérebros são iguais. A ciência prova isso. O que acontece é que as pessoas o usam de forma diferente. E aqui entra o trabalho do professor de matemática: ensinar matemática. Como? Rompendo concepções, abordagens e instruções tradicionais. Ainda hoje, em muitas escolas, se privilegia a transmissão de ideias prontas, sem levar os próprios estudantes a desenvolverem a sua compreensão.

A compreensão matemática parte também do estudante. Ele precisa querer resolver, participar e aprender. Por outro lado, é também função do professor criar condições para que a compreensão e o interesse aconteçam.

A autonomia matemática do educando é um termo ligado à ideia de liberdade. Um estudante autônomo é capaz de criar o próprio caminho acadêmico, sentindo-se livre para escolher. A autonomia faz parte de um processo que carece de compromisso individual, além dos estímulos externos e de uma construção diária. A autonomia também propicia que o estudante libere sua criatividade, desenvolva vontade de colaborar e sinta-se atraído pela busca e construção do conhecimento e do saber.

As sequências didáticas matemáticas

Com a experiência realizada, a qual permitiu a junção da Teoria das Situações Didáticas de G. Brousseau (2008) e da sequência didática de Dolz e Schneuwly (2004), constatamos que os alunos aprendem álgebra num processo de construção individual e coletivo. Podemos perceber que os estudantes ficam muito mais ativos na atividade proposta do que haviam estado durante meses anteriores quando eram usadas outras metodologias didáticas consideradas válidas também. É um processo de avaliação tanto do professor quanto dos estudantes e que não é aprendido por transmissão oral. É um trabalho que exigiu colaboração, que foi embasado em teoria, e que se mostrou profundamente satisfatório e mutuamente enriquecedor.

Todo professor deve acreditar naquilo que está fazendo. Por isso, defendemos a autonomia. Quando as pessoas são encorajadas a pensar, a estudar e a expressar sua discordância, elas geralmente chegam à verdade bem mais rápido do quando as suas opiniões não são valorizadas.

Alguns dos pontos fortes do trabalho com as sequências didáticas nessa pesquisa foram: observar nos alunos o que já haviam apreendido, auxiliar os professores no que é mais crítico e difícil para os alunos compreenderem sobre um tema, favorecendo a aprendizagem dos alunos sempre com o foco nos objetivos já estipulados em seu planejamento.

Cabe destacar que desenvolver uma sequência didática em grupo, como qualquer outra atividade, tem seus pontos fracos que precisam ser trabalhados, pois o trabalho em grupo tem desvantagens também. É evidente que trabalho em grupo nunca acontece de forma totalmente eficiente, porque são consideradas muitas perspectivas, opiniões, sugestões, emoções diferentes, obstáculos etc. Na aplicação de uma sequência didática não é diferente. Existe a falta de colaboração, mas não de participação.

Existem alunos que não colaboram, mas participam. Aqui retomamos a ideia de Nepomuceno: colaboração é o trabalho conjunto e participação é a ideia de fazer parte. Para melhor esclarecimento, recorremos a Sandberg e Ericksson (2010).

> Aquele que participa numa tarefa, ação, projeto, iniciativa ou decisão, não é meramente aquele que está presente. Etimologicamente participar vem do latim participare, "fazer participar", "pôr à disposição", "repartir", "ter a sua parte em"; colaborar do latim collaborare, "trabalhar de concerto". A participação plena depende de um conjunto básico de condições: i) acesso à informação(sem informação a participação não é informada ou está limitada pelo conhecimento existente); ii) oportunidade de contribuir com ideias, propostas, sugestões ou realizações; iii) liberdade de expressão de interesses, gostos, opiniões ou posições; e iv) respeito e reconhecimento que estimulem o interesse pela participação. Em educação, o educador ou a educadora tem o papel de assegurar todas estas condições, sem exceção.

Nos grupos com os quais desenvolvemos a sequência didática, o resultado explica todo o processo de tomada de decisão. Existem os tímidos, mas observadores, existem os líderes, os autoritários, os palpiteiros, os desinteressados e aquele que tudo faz. Contudo, a sequência não é prejudicada. Salvo quanto ao objetivo de uma sequência didática, que é tornar possível a aquisição de saberes bastante claros, sem esgotar o assunto trabalhado. Desse modo, uma sequência didática não pode, *a priori,* ter seu tempo de duração estipulado de acordo com o programado, pois o seu cumprimento leva em conta as necessidades e as dificuldades dos alunos durante o processo.

Aqui colocamos alguns questionamentos:

1. Todos os participantes aprenderam?
2. O que aprenderam e até onde aprenderam?
3. Qual foi o tipo de saber que os alunos adquiriram?

Por isso, defendemos a ideia de uma investigação contínua. Sem dúvidas, o ato de planejar as atividades dos alunos e adotar estratégias diferentes para melhorar o processo educacional é parte primordial do docente.

A avaliação

Avaliar o aprendizado do aluno é uma das etapas iminentes do processo educacional e, ao mesmo tempo, uma das mais sensíveis. Avaliar deveria ser um procedimento normal, uma rotina sem traumas, pois, é só verificar se os alunos alcançaram os objetivos de aprendizado pretendidos pelos professores. No entanto, apresenta-se como um processo altamente complexo. Não obstante, há necessidade de refletir acerca da avaliação do aprendizado dos alunos, debater o valor relativo da nota e a avaliação sem ela.

A sala de aula é o local no qual professor e aluno participam do processo de construção do saber de ambos. Teor esse que apreendido será essencial para a interação social. Dessa forma, a ação contínua de formação do professor é primordial para que, de fato, se assegure o processo de ensino e aprendizagem, um saber que na sociedade atual é permeado por um avanço tecnológico de suma relevância, um saber que necessitará ser avaliado continuamente.

Nesse universo relacional, o saber muitas vezes é avaliado com o fim único de ‘medir’ doravante ao processo de diagnosticar a real aquisição do conhecimento apreendido pelo educando. O diagnóstico evidencia dados capazes de revelar o desempenho pessoal bem como ações futuras de cada aluno. Muitas vezes é possível verificar que o processo avaliativo se restringe unicamente à aplicabilidade de uma atividade cuja meta é conceder uma nota. Infelizmente o campo pedagógico, a princípio, não é permeado pelo ato reflexivo.

Como refere Gatti (1999 *apud* REINHOLD, 2004, p.35) “a avaliação não é um processo morto ou com dados que vão para a prateleira ou arquivo, ou para servir apenas à crítica ligeira; é um processo vivo e ativo”.

Dessa forma, compreende-se que o ato de avaliar não pode ser compreendido como um processo estanque e acabado. A avaliação, na prática educacional, se consubstancia em um ato altamente complexo, uma vez que todo educador, no momento de diagnosticar uma atividade ou uma prova, um teste, terá de considerar todo um universo que circunda o aluno e nesse sentido se entenderia essa avaliação como *Pathos*, na qual avaliar é acompanhar com amorosidade e compreensão. Porém, o que se percebe é um sistema de ensino que oprime o professor que por outro lado avalia sem vincular *Pathos* a esse ato.

Nesse sentido, por meio da amorosidade me foi possível olhar para os alunos participantes da pesquisa e acolher e compreender o saber que já traziam consigo no momento de desenvolver as atividades propostas. Tornou-me possível igualmente perceber o quão haviam apreendido de saberes de séries anteriores.

Essa pesquisa foi um processo de observação que me conduziu a refletir sobre os ensinamentos de Hoffmann (2017, p.38) ao defender que “avaliar é construir estratégias de acompanhamento da história que cada criança constrói ao longo de sua vivência na instituição e fora dela”, enquanto participe dessa história. O educador necessita acompanhar a forma de pensar do educando uma vez que nem sempre é possível compreender o significado das ações que exercem. Faz-se urgente avaliar os aspectos cognitivos, emocionais, físicos, afetivos e sociais do educando.

REFERÊNCIAS

ABDALA, M. A.; SIQUEIRA, N. M. **Fazer e pensar design em um mundo em transição**: Decolonialidade e design como articulação simbólica. *In*: CIDI | CONGRESSO INTERNACIONAL DE DESIGN DA INFORMAÇÃO; CONGIC | CONGRESSO NACIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA EM DESIGN DA INFORMAÇÃO. 9., 2019, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: Blucher, p. 2505-2510,2019. ISSN 2318-6968, DOI 10.5151/9cidi-congic-6.0007.

AGUIAR. M. **O Percurso da Didatização do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental:** uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático. São Paulo, 2014. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

AMORIM, M. **O pesquisador e seu outro - Bakhtin nas Ciências Humanas**. São Paulo. Musa Editora. 2001.

ANASTASIOU, L. G. C; ALVES, L. P. **Processos de ensinagem na universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. 10. ed. Joinville: UNIVILLE, 2012.

ARCEGO, P. **Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no ensino fundamental**. Dissertação - Universidade Federal de Santa Maria, 2017.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. Recherches en didactique des mathématiques. **Grenoble**, v. 9. n. 3, p. 281-308, 1988.

BABINSKI, A. L. **Sequência Didática (SD): experiência no ensino da Matemática**. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Mato Grosso, Sinop - MT, 2017.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**. Tradução de Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro – RJ: Contraponto, 1996.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2004, Recife. **Anais** [...]. Recife, Sbem - PE, 2004.

BASSANEZI, R.C. **Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BATISTA, M. F. **Blocos de Conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental**. Disponível em: https://azup.com.br/blocos-de-conteudos-de-matematica-do-ensino-fundamental/.Acesso em: mai de 2022.

BATISTA, R. C.; OLIVEIRA, J. E.; RODRIGUES, S. F. P. **Sequência Didática– Ponderações Teórico-Metodológicas**. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 18, 2016, Cuiabá. Didática e Prática de Ensino no contexto político contemporâneo: cenas da Educação Brasileira. Cuiabá, Brasil: UFMT, 2016. p. 5380-5385.

BAUMGART. J. K. **Tópicos da História da Matemática – Álgebra.** São Paulo: Atual Ed. 1992.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, ano 8, n. 9-10, p. 49-57, abril, 2001.

BENATTI, K. A. **Álgebra-Definição**. 2012. Disponível em: http://www.ebah.com.br/content/ABAAABpOYAJ/algebra-definicao. Acesso em: 10 dez. 2021.

BERLANDA, J. C. **Mobilizações de registros de representação semiótica no estudo de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do software geogebra**. Dissertação - Universidade Federal de Santa Maria, 2017.

BEZERRA, A. M. A. **A formação matemática do pedagogo**: a relação entre o raciocínio matemático e as estratégias na solução de problemas matemáticos. Dissertação - Universidade Federal do Ceará, 2017.

BLANTON, M.; KAPUT, J. **Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning**. Journal for Research in Mathematics Education, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BONINO, R. Escola, uma questão de desejo? **Revista Educação**, São Paulo, ano 12, n. 146, p. 49, jun. 2009.

BORGES, J. R. A. BORGES, T. Daby de F. F. SAAD N. S. dos. **O Ensino e Aprendizagem da Matemática na Perspectiva de Jerome Bruner.** Disponível em: Downloads/2206-Texto%20do%20Artigo-7924-1-10-20201014.pdf Acesso em: mar. 2022.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. **Brasil no Pisa 2018** [recurso eletrônico]. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. http://portal.mec.gov.br/busca-geral/211-noticias/218175739/83191-pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil. Acesso em: fev. 2022

BRASIL. **Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. v. 1. Brasília, DF: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. 1997. 126 p.

BRASIL. **Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 3ª. versão. Brasília: MEC, 2017. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental matemática. Brasília/DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da educação inclusiva**. Brasília: MEC/SEESP, 2008.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didática da matemática. *In*: **Didáctica das matemáticas**, Direção: Jean Brun. Coleção horizontes pedagógicos; Instituto Piaget, Lisboa, 1996. p. 45-87.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CABERLINI, G. S. F.; GARCIA, T. M. R. Práticas de Ensino Exploratório em Matemática: Implicações para a Aprendizagem dos alunos e para o Trabalho Docente. **Cadernos PDE**, v. 1, 2016. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unespar-paranavai_grasielesoaresferraresicaberlini.pdf. Acesso em: abr. 2022.

CALADO, T. V. **Invariantes operatórios relacionados a generalização**: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função a fim. Dissertação - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2020.

CAMPOS, M. A.; MAGINA, S. **Construindo significados para o x do problema.** 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus.

CARDOSO, C. E. **Uma proposta para o ensino de geometria analítica através da resolução de problemas e do uso do geogebra**. Dissertação - Universidade Federal de São Carlos, 2016.

CARDOSO, L. S.; COSTA, D. E.; MORAES, M. S. F. O ensino de fração por meio do Tangram: uma proposta de sequência didática. **Revista Prática Docente**. Confresa, v. 3, n. 1, p. 91-106, jun. 2018. Disponível em: http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/163. Acesso em 10 de junho de 2022.

CASTRO, M. R. Educação Algébrica e Resolução de Problemas. **Boletim: Salto para o futuro/TV Escola**, maio de 2003. Disponível em: www.tvebrasil.com.br/salto. Acesso em: jan. 2022.

CHIBÁS, F. O.; PANTALEÓN, E. M. & ROCHA, T. A. Gestão da Inovação e da Criatividade Hoje: Apontes E Reflexões. **HOLOS,** São Paulo, v. 3, n.29, p. 15-26, ago. 2013.

COLL, C. et al. **O construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 2001.

COUTINHO, D. M. **Divisão e multiplicação de polinômios com o auxílio de materiais manipuláveis e tecnologias sob o olhar da representação semiótica**. Dissertação - Universidade Tecnológica Federal do Paraná Londrina, 2019.

COSTA, D. E.; GONÇALVES, T. O. Abordagens do conceito de “sequência didática” em teses na área de Educação Matemática. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 313-341, 2020. DOI: 10.26571/reamec. v8i3.10725. Disponível em: https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/10725. Acesso em 09 de junho de 2022.

COSTA, D. E.; GONÇALVES, T. O. **Compreensões, Abordagens, Conceitos e Definições de Sequência Didática na área de Educação Matemática**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 36, n. 72, p.3 58-388, abr. 2022.

COSTA JÚNIOR, J. R.; SILVA, J. B. R. **Contribuições Do Pensamento Relacional Para A Aprendizagem Da Álgebra Escolar**. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

COLETTI, S. **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais**. Disponível em https://novaescola.org.br/conteudo/19749/pensamento-algebrico-nos-anos-iniciais-o-que-diz-a-bncc. Acesso em: jan. 2022.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P.; (Org.) **As ideias da álgebra**. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Saraiva, 1994.

CURRÍCULO DA CIDADE. **Ensino Fundamental**: componente curricular: Matemática. 2.ed. São Paulo: SME / COPED, 2019.

D’AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática:** elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

D’AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

D’AMBRÓSIO, U. **Matemática e Educação Matemática**: O problema da convergência. Palestra proferida em 1998. Disponível em: http://vello.sites.uol.com.br/palestras.htm. Acesso em: dez. 2021.

DAMIANI, M. F.; ROCHEFORT, R. S.; CASTRO, R. F.; DARIZ, M. R.; PINHEIRO, S. S. **Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica**. Cadernos de Educação. 2013. Disponível em: https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822. Acesso em: 28 de maio de 2022.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009.

DEESE, James. **A Psicologia da Aprendizagem.** São Paulo: Pioneira, 2005.

DEWEY, J. (1938). **Experiência e Educação.** Tradução de Renata Gaspar-Petrópolis, RJ: Vozes. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. **Gêneros e progressão em expressão oral e escrita – elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona)**. *In*: ROJO, R.; CORDEIRO, G. S. (org.). Gêneros orais e escritos na escola. Campinas: Mercado de Letras, 2004. p. 41-70.

DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. **O oral como texto**: como construir um objeto de ensino. *In*: SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. Gêneros orais e escritos na escola. Tradução de Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2004, p. 149-185.

ENDLER, O. **Teoria dos Corpos.** Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2012.

ESTEVES, C. V. **A virtude como estratégia de ensino: uma abordagem hipertextual no contexto algébrico**. Dissertação - Universidade do Grande Rio, 2015.

FADIN, C. TORTOLA, E. **Modelagem Matemática e pensamento algébrico.** Ministério da Educação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Paraná, 2021.

FAVERO, D. C. B. P. **As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico**. Dissertação - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2020.

FREIRE, Paulo; D'AMBROSIO, Ubiratan; MENDONÇA, Maria do Carmo Dômite. A conversation with Paulo Freire. For the Learning of Mathematics, vol. 17, n. 3, November, p.7-10, 1997.

FREIRE, P. **Educação e mudança**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1967.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 65. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra. 1996.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 49ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2004.

GALEÃO, R. F. B. C. **Desenvolvimento curricular:** análise de projetos curriculares. Monografia. 6-76, 2005.

GATTI, B. A.; ANDRÉ, M. **A relevância dos métodos de pesquisa qualitativa em educação no Brasil**. *In*: WELLER, W.; PFAFF, N. (Orgs.). **Metodologias da pesquisa qualitativa em Educação:** teoria e prática. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2011. p. 29-38.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo, Editora Atlas S.A., 1988

GIL, Kátia H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra.** Porto Alegre, 2008.118 f. Originalmente apresentada como dissertação de Mestrado, Pontifícia Católica do Rio Grande do Sul – Faculdade de Física, 2008.

GILLHAM, B. **Case Study Research Methods**. Padstow. Continuum. 2000.

GOMES, A. R. G. **Uma abordagem do ensino de congruência na educação básica**. Dissertação - Universidade Federal de Sergipe, 2015.

GOMES, M. L. M. A **Álgebra e funções na educação básica.** Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. **A aquisição da linguagem matemática**: símbolo e significado. *In*: TEBEROSKY, A; TOLCHINSKY, L. (Org.). **Além da Alfabetização:** a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Editora Ática, 1996, p. 257-282.

GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da Matemática**. 1995. 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1995.

HAYDT, Regina Célia Cazaux. **Curso de Didática Geral**. São Paulo: Ática, 2011.

HENRIQUE, R. E. **Fundamentos teórico-metodológicos para o ensino do corpo dos números racionais na formação de professores de matemática**. Tese - Universidade Estadual de Londrina, 2017.

KUCINSKAS, R. **Introdução ao estudo da álgebra para alunos do ensino fundamenta**l. Dissertação - Universidade Federal de São Carlos, 2017.

LAVILLE, C. DIONNE, J. **A construção do saber:** manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Porto Alegre: Artmed; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

LIBANEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. M. Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico-científico. *In*: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (org.) **Ensino Desenvolvimental:** vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013, v. 1, p. 315-350.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

LIMA, D. F. **A importância da sequência didática como metodologia no ensino da disciplina de física moderna no ensino médio**. Revista Triângulo, v. 11, n. 1, p. 151– 162, jan. abr. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.

LIMA, E. L. **Matemática e Ensino**. Rio de Janeiro: SBEM, 2001.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

MANTOVANI, H. **Atividades sobre progressões aritméticas através do reconhecimento de padrões**. Dissertação - Universidade Federal de São Carlos, 2015.

MASON, J. **Qualitative Researching**. London. Sage Publications. 1996.

MASON, J. Representing: Notes following the conference. *In*: JANVIER, C. (ed.). **Problems of representation in the teaching and learning of mathematics**. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1987. p. 207- 214.

MEINERZ, F. M. **Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita por meio do uso do material álgebra tiles**. Dissertação - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2020.

MINAYO, M. C. de S. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 33. ed. Petropolis, RJ: Vozes. 2013.

MINAYO, M. C. S.; SANCHES, O. **Quantitative and Qualitative Methods**: Opposition or Complementarity? Cad. Saúde Públ**.**, Rio de Janeiro, v. 9, n.3.p. 239-262, jul./sep., 1993.

MORAES, M. C. **O paradigma educacional emergente**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

MORAN, J. M. **Ensino e Aprendizagem Inovadores com Tecnologias Audiovisuais e Telemáticas**. *In*: MORAN, J. M.; MASSETO, M. T.; BEHRENS, M. A. Novas Tecnologias e mediação pedagógica**.** 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2000.

MOREIRA, A. F. B. **Indagações sobre currículo: currículo, conhecimento e cultura**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007.

MOREIRA, A. M. MASINI, E F. S. **Aprendizagem Significativa:** A Teoria de David Ausubel*.* São Paulo: Ed. Centauro, 2011*.*

MORIN, E. **A cabeça bem-feita**: repensar a reforma, reformar o pensamento. 11. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2005.

MORIN, E. **Cultura de massas no século XX**: o espírito do tempo. Rio de Janeiro: Editora Forense Universitária. 1997.

MORIN, E**. Introdução ao pensamento complexo**. Lisboa: Instituto Piaget. 1991.

MORIN, E. **Sete saberes necessários à educação do futuro**. 2. ed. São Paulo, SP: Cortez. 2011.

NOBILIONI, G.; KRIKORIAN, J.; GRESPAN, M. **Matemática – Álgebra – Trigonometria e Geometria Plana.** Sistema de Métodos de Aprendizagem, CERED. (Coleção Objetivo), s/d.

OLIVEIRA, A. **Parâmetros curriculares nacionais**: documento completo, atualizado e interativo. Disponível em: https://www.cpt.com.br/pcn/pcn-parametros-curriculares-nacionais-documento-completo-atualizado-e-interativo Acesso em: jan. 2022.

OLIVEIRA, M. M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

OLIVEIRA, O. **Dominós como recurso didático para o ensino de matemática**. Dissertação - Universidade Federal de Santa Maria, 2018.

PAIVA, A. da S. BLASCO, J. F. José. MUNIZ, M. I. S. SANTINO, M. M. **Funções:** corrida de obstáculos. Disponível em https://www.ime.unicamp.br/sites/default/files/lem/material/funcao_-_corrida_de_obstaculos.pdf. Acesso em mai de 2022.

PASA, B. C. **A noção de infinitésimo no esboço de curvas no ensino médio**: por uma abordagem de interpretação global de propriedades figurais. Tese - Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

PIAGET, J; INHELDER, B. **A Psicologia da Criança**. Rio de Janeiro: Berland Brasil, 1989.

PIRES, F. de S. **Metanálise de pesquisas brasileiras que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico na escola básica (1994-2014)**. Tese - Universidade Federal de São Carlos, 2017.

PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática. *In:* GTI (ed.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 5-28.

PORLÁN, R. **Constructismo Y Escuela: Hacia um modelo de enseñanza - prendizaje basado em la investigación**. Sevilla, Espanha. Díada Editora S. L,1997.

POZO, J. I.; CRESPO, M. Á. G. A. A solução de Problemas nas Ciências da Natureza. *In*: POZO, J. I. (org.). **A solução de Problemas:** Aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

PRESTON, R.; GARNER, A. Representation as a vehicle for solving and communication. **Mathematics Teaching in the Middle School**, n. 9, p. 38-43, 2003.

PRIORIZAÇÃO CURRICULAR DA SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO/ Currículo da Cidade/ Matemática, São Paulo, 2021.

RATIER, R.; SANTOMAURO, B.; POLATO, A. **As situações didáticas de matemática**. 01 jun. 2008. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/2718/as-situacoes-didaticas-de-matematica. Acesso em: abr. 2022.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática**. São Paulo, Saraiva, 2019.

ROBSON, C. **Real World Research**. Oxford: Blackwell, 1993.

ROMAGNOLI, R. O conceito de implicação e a pesquisa-intervenção institucionalista. **Psicologia & Sociedade.** v. 26, p. 44-52, 2014. DOI 10.1590/S0102-71822014000100006.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. **Coleta e análise de dados qualitativos.** *In*: SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. **Metodologia de Pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013, p. 414-146.

SANDBERG, A; ERIKSSON, A. **Children's participation in preschool –on the conditions of the adults? Preschool staff's concepts of children's participation in preschool everyday life.** *In*: Early Child Development and Care, Vol. 180, n. 5, p. 619-631Article in journal (Refereed) Published, 2010.

SANTAELLA, L. **Comunicação e Pesquisa**: Projetos para Mestrado e Doutorado. São Paulo, Hacker Editores, 2001.

SANTOS, D. S. dos. **Métodos para determinação de raízes de equações polinomiais**: uma abordagem voltada para o ensino médio. Dissertação - Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2016.

SANTOS, L. C.; GOIS, A. S.; COSTA, D. E.; GONÇALVES, T. O. **Desenvolvimento de sequência didática com a utilização do Geoplano no ensino de figuras planas na 1ª série do Ensino Médio**. Revista Prática Docente, Confresa, v. 5, n. 2, p. 582-607, ago. 2020. Disponível em: http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/671. Acesso em: 12 jun. 2022.

SANTOS, L. S. **Uma abordagem histórica e metodológica dos métodos de resolução de equação do 2º grau desenvolvidos por Al-Khwarizmi**. Dissertação - Universidade Estadual da Paraíba, 2017.

SARMENTO, A. K. C. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática**. *In*: Encontro De Pesquisa Em Educação, 6., 2010, Teresina, **Anais** [...] Teresina: Universidade Federal do Piauí, 2010.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação. **Relatório Pedagógico de Matemática – SARESP 2011**. São Paulo: SE, 2012.

SÃO PAULO (estado). **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias** / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. 1. ed. atual. São Paulo: SE, 2011.72 p.

SÃO PAULO (estado). **Governo de São Paulo lança o programa "Inova Educação".** Disponível em: https://www.saopaulo.sp.gov.br/spnoticias/governo-de-sp-lanca-o-inova-educacao/. Acesso em: 10 ago. 2021.

SÃO PAULO (estado). **Plano Estratégico 2019 – 2022**. Educação para o século XXI. Secretaria de Educação do governo de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: https://www.educacao.sp.gov.br/wp-content/uploads/2019/07/plano-estrategico2019-2022-seduc_compressed.pdf. Acesso em: 10 ago. 2021.

SARRASQUEIRO, J.A. **Álgebra Elementar**, Livro Primeiro, Capítulo I, Noções preliminares, 2º Expressões algébricas. 9. ed. Coimbra: Livraria Central de J. Diogo Pires, 1906.

SAVIANI, D. **Escola e Democracia**. 42. ed. Campinas: São Paulo: Autores Associados, 2012.

SESSA, C. **Iniciação ao Estudo Didático da Álgebra:** origens e perspectivas. São Paulo, SP, Edições SM, 2009.

SILVA, C. B. **Introdução a álgebra no ensino fundamental**: o “x” da questão. Dissertação - Universidade Estadual Paulista, 2016.

SILVA JUNIOR, L. M. da. **O desenvolvimento do pensamento algébrico e das relações funcionais com o uso de padrões matemáticos**: Uma compreensão à luz da Teoria das Situações Didáticas. Dissertação - Universidade Estadual da Paraíba, 2016.

SILVA; T. T. **O Currículo como Fetiche**: a poética e a política do texto curricular. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

SOUZA, J. A.; PEREIRA, P. S**. Equações E Expressões Algébricas Para O Ensino Fundamental**: As Propostas De Formação De Alguns Cursos De Licenciatura Em Matemática. *In*: SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 6., 2012. **Anais** [...]. 2012.

SKOVSMOSE, O. **Hacia una filosofía de La educación matemática crítica**. Bogotá: Una Empresa Docente, 1999.

SMOLE, K. C.S.; CENTURIÓN, M.**A matemática de jornais e revistas**. RPM, n. 20, jan./abr. 1999.

TEIXEIRA SOBRINHO, A. S. **Uma análise sobre conceitos algébricos em produções acadêmicas**: questões para formação de professores e para pesquisa. Dissertação - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2019.

TELES, R. A. de. **A Aritmética e a Álgebra na Matemática Escolar**. Educação Matemática em Revista, ano 11, n. 16, p 8-15, maio de 2004.

TIBULO, V. de C. **Sequência de atividades didáticas para o ensino de geometria e desenho geométrico em um ambiente de geometria dinâmica e álgebra.** Tese - Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

TORTELLI, D. M. **A coesão referencial em textos do gênero conto de terror**: um trabalho com alunos dos anos finais do ensino fundamental a partir de sequências didáticas. 2017. 244 p. Dissertação (Mestrado em Letras). Programa de Pós-graduação em Letras. Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Santa Maria, RS, 2017.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis**. *In*: COXFORD, Arthur F. (Org.); Shulte, Alberto P. (Org.). As ideias da álgebra**.** Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.

VAILATI, J. S.; PACHECO, E. R. **Usando a História da Matemática no ensino da Álgebra**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação, 2011.

VALENTE, J. A. A **Tecnologia no Ensino**: Implicações para a aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002.

VENEGAS, Y. GIMÉNEZ, j. **Conexões extramatemáticas na formação inicial do docente.** Disponível em https://www.researchgate.net/publication/329388842_Conexoes_extramatematicas_na_formacao_inicial_de_docentes. Acesso em: maio 2022.

VIANA, M. **Viète e o Nascimento da álgebra Moderna.** 27 out. 2021. Disponível em: https://impa.br/noticias/na-folha-viete-e-o-nascimento-da-algebra-moderna/. Acesso em: dez. 2021.

VIESTEL, R. S. **Atividades lúdicas e atividades algébricas**: uma introdução ao uso de letras nas aulas de matemática. Dissertação - Universidade de São Paulo, 2016.

VOSSOS, T. **Aplicações da Álgebra na Vida Real.** Disponível em: https://www.ehow.com.br/aplicacoes-algebra-vida-real-info_282421/. Acesso em: dez. 2021.

VYGOTSKY. L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

WENGER, H. L. **Examples and results of teaching middle school mathematics from an Ethnomathematical Perspective**. *In*: INTERNATIONAL CONGRESS OF GRANADA. 1., 1998. Anais […]., s/p, 1998.

ZABALA, A. **A Prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre, RS: Artmed, 1998.